İNTEGRAL

Türevi verilen bir fonksiyonun, türevi alınmadan önceki asıl fonksiyonu bulma işlemine "belirsiz integral" denir. Asıl fonksiyonu bulmak için türevinin hangi değişkene göre alındığını bilmemiz gerekir. Bu da diferansiyel kavramı yardımı ile olur.

Örneğin; y=f(x) gibi bir fonksiyonda x bağımsız değişken, y ise bağıl değişkendir (x'e bağlı).

Bu ifadenin x değişkenine göre türevi; $\frac{dy}{dx}, \frac{df(x)}{dx}, \frac{d}{dx}f(x)$ biçiminde gösterilebilir.

y=f(x) fonksiyonunun türevi $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ olduğundan dy=f'(x).dx olur. Burada "dy" ifadesi y=f(x) fonksiyonunun diferansiyelidir.

kavrama sorusu

$y=x^2$ ifadesinde y nin diferansiyeli olan dy yi bulunuz.

çözüm

$y=x^2$ ifadesinin türevini alalım,

$\frac{dy}{dx} = (x^2)' = 2x$ ise $dy=\underbrace{2x}_{\text{ifadenin türevi}}\,\underbrace{dx}_{\text{türevin değişkeni}}$

Buna göre, 2xdx ifadesi y nin diferansiyelidir.

Cevap: 2xdx

kavrama sorusu

$f(x)=x^3$ ifadesinde f(x) in diferansiyeli olan df(x) i bulunuz.

çözüm

$f(x)=x^3$ ifadesinin türevini alalım,

$\frac{df(x)}{dx} = (x^3)' = 3x^2$ ise $df(x)=\underbrace{3x^2}_{\text{fonksiyonun türevi}}\underbrace{dx}_{\text{türevin değişkeni}}$

df(x) ifadesi f(x) in diferansiyelidir.

Cevap: $3x^2dx$

kavrama sorusu

df(x) ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

df(x) ifadesi türevin başka bir gösterilişidir ve

$d(f(x))=\underbrace{f'(x)}_{\text{fonksiyonun türevi}}\underbrace{dx}_{\text{türevin değişkeni}}$ e eşittir.

Cevap: f'(x)dx

kavrama sorusu

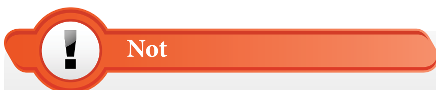
$d(x^3+x^2)$ ifadesinde (x^3+x^2) nin diferansiyelini bulunuz.

çözüm

$d(x^3+x^2)=(x^3+x^2)'dx$

$d(x^3+x^2)=(3x^2+2x)dx$ ifadesi, (x^3+x^2) nin diferansiyelidir.

Cevap: $(3x^2+2x)dx$



Özet olarak fonksiyonun diferansiyeli, fonksiyonun türevi ile türevin değişkeninin çarpımına eşittir.

soru 1

$y=x^2+3x$

ifadesinin diferansiyeli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $dy=2xdx$ B) $dy=3dx$ C) $dy=xdx$ D) $dy=(2x+3)dx$ E) $dy=(2x+3)$

soru 2

$y=3x^3+1$

ifadesinin diferansiyeli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $dy=9x^2dx$ B) $dy=9x^2$ C) $dy=3x^2dx$ D) $dy=9xdx$ E) $dy=9dx$

soru 3

$f(x)=2x^2+x-5$

ifadesinin diferansiyeli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $df(x)=4xdx$
B) $df(x)=(2x+1)dx$
C) $df(x)=(4x+1)dx$
D) $df(x)=(4x+1)$
E) $df(x)=(2x^2+x)dx$

soru 4

$f(x)=\sin x$

ifadesinin diferansiyeli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $df(x)=\sin x$
B) $df(x)=\cos x$
C) $df(x)=\sin x dx$
D) $df(x)=\cos x dx$
E) $df(x)=(\sin x.\cos x)dx$

soru 5

$d(x^5)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^5dx B) $5x^4dx$ C) x^4dx D) x^3dx E) $5x^3dx$

soru 6

$d(\cos x)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sin x dx$ B) $\sin x dx$ C) $\cos x dx$ D) $-\cos x dx$ E) $\cos x$

soru 7

$d(e^{2x})$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^xdx B) $e^{2x}dx$ C) $2.e^{2x}dx$ D) $4.e^{2x}dx$ E) $8.e^{2x}dx$

soru 8

$d(\ln x)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x B) xdx C) x^2dx D) $\frac{1}{x}$ E) $\frac{1}{x}dx$

1 – D 2 – A 3 – C 4 – D 5 – B 6 – A 7 – C 8 – E

İntegral alma işlemi türevi alınan bir fonksiyonun asıl fonksiyonunu bulma işlemidir. f(x) fonksiyonu F(x) in türevi olsun yani $F'(x)=f(x)$ ise $\int f(x)dx=F(x)+c$ dir.

Burada,

$\int$: integral sembolü | f(x)dx: diferansiyel | F(x): f(x) in ilkeli (asıl fonksiyonu)

c: integral sabiti | dx: diferansiyel çarpanı

Örneğin; $f(x)=x^3$ ise $f'(x)=\frac{df(x)}{dx}=3x^2$ dir. $\underbrace{\int 3x^2dx}=x^3+c$ dir.

Bu ifade $3x^2$ hangi fonksiyonun türevidir demektir.

Dikkat edilirse x^3 ün yanına herhangi bir sabiti temsil eden "c" sabitini ekledik. Bunun nedeni sabit sayıların türevinin sıfır olmasından dolayı x^3 ün yanında sabit bir sayı olma ihtimalidir.

Örneğin, x^3 ün türevi $3x^2$, (x^3+1) in türevi $3x^2$, (x^3-7) nin türevi de $3x^2$ dir.

kavrama sorusu

$(\int 3x^2dx)'$ ifadesinin eşitini bulunuz.

$\int 3x^2dx$ integrali $3x^2$ neyin türevidir sorusunun cevabıdır. $3x^2$ ifadesi (x^3+c) gibi bir fonksiyonun türevidir.

çözüm

$(\int 3x^2dx)'=(x^3+c)'=3x^2$

Buradan genel olarak, $(\int f(x)dx)'=f(x)$ diyebiliriz.

Cevap: $3x^2$

kavrama sorusu

$d(\int 3x^2dx)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$d(\int 3x^2dx)=d(x^3+c)=(x^3+c)'dx=3x^2dx$

Buradan genel olarak,

$d(\int f(x)dx)=f(x)dx$ diyebiliriz.

Cevap: $3x^2dx$

kavrama sorusu

$\int d(x^3)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$d(x^3)=(x^3)'dx=3x^2dx.$ Bu durumda,

$\int d(x^3)=\int 3x^2dx=x^3+c$

Buradan genel olarak,

$\int d(f(x))=f(x)+c$ diyebiliriz.

Cevap: x^3+c

kavrama sorusu

$\frac{d}{dx}\left(\int 3x^2dx\right)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\frac{d}{dx}\left(\int 3x^2dx\right)=\frac{d}{dx}(x^3+c)=(x^3+c)'=3x^2$

Buradan genel olarak,

$\frac{d}{dx}\left(\int f(x)dx\right)=f(x)$ diyebiliriz.

Cevap: $3x^2$

soru 1

$(\int x^2dx)'$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^2 B) x^2dx C) x D) xdx E) x^3dx

soru 2

$(\int \sin x dx)'$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\cos x dx$ B) $\cos x dx$ C) $\cos x$ D) $\sin x dx$ E) $\sin x$

soru 3

$d(\int x^4dx)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^4 B) x^4dx C) $4x^3$ D) $4x^3dx$ E) x^3dx

soru 4

$d(\int e^xdx)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln x$ B) $\ln x dx$ C) e^xdx D) e^x E) $x.e^xdx$

soru 5

$\int d(2x)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x$ B) $2xdx$ C) $2x+c$ D) x^2 E) x^2+c

soru 6

$\int d(\tan x)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x+c$ B) $\tan x dx$ C) $\tan x$ D) $\cot x$ E) $\cot x+c$

soru 7

$\frac{d}{dx}\left(\int x^5dx\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5x^4$ B) $5x^4+c$ C) $5x^4dx$ D) x^5 E) x^5+c

soru 8

$\frac{d}{dx}\left(\int 3^xdx\right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3^x B) 3^xdx C) 3^x+c D) $3^x.\ln 3$ E) $3^x.\ln 3+c$

1 – A 2 – E 3 – B 4 – C 5 – C 6 – A 7 – D 8 – A

İntegral içindeki sabit çarpan, integral dışına çarpım olarak alınabilir,

$k \in R$ için $\int k.f(x)dx = k.\int f(x)dx$ dir. Yani, $\int 3.xdx = 3\int xdx$ veya $\int 5x^2dx = 5\int x^2dx$ dir.

İki fonksiyonun toplamının veya farkının integrali, fonksiyonların integrallerinin toplamına veya farkına eşittir,

$\int [f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

$\int [f(x)-g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ dir. Yani; $\int (x^3+x^2)dx = \int x^3dx + \int x^2dx$ ve $\int (x^3-x^2)dx = \int x^3dx - \int x^2dx$ dir.

kavrama sorusu

$\int 7x^6dx$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int 7.x^6dx$ ifadesindeki 7 çarpanı başa çarpım olarak atılabilir.

$\int 7.x^6 = 7.\int x^6dx$

Cevap: $7\int x^6dx$

kavrama sorusu

$\int \frac{x^5}{10}dx$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \frac{x^5}{10}dx$ ifadesindeki $\frac{1}{10}$ çarpanı başa çarpım olarak atılabilir.

$\int \frac{x}{10}dx = \frac{1}{10}.\int x\ dx$

Cevap: $\frac{1}{10}\int x^5dx$

kavrama sorusu

$\int (x^7+x^2)dx$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int (x^7+x^2)dx$ ifadesi iki fonksiyonun toplamı olduğundan, fonksiyonların integrallerinin toplamı şeklinde yazılabilir.

$\int (x^7+x^2)dx = \int x^7dx + \int x^2dx$

Cevap: $\int x^7dx + \int x^2dx$

kavrama sorusu

$\int (2x^3-5x^2+1)dx$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int (2x^3-5x^2+1)dx = \int 2x^3dx - \int 5x^2dx + \int 1dx$

$2.\int x^3dx - 5.\int x^2dx + \int dx$ olur.

Cevap: $2\int x^3dx - 5\int x^2dx + \int dx$

soru 1

$$\int 2x^{10}dx$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int x^{10}dx$ B) $\frac{1}{2}\int x^{10}dx$ C) $\int x^{5}dx$ D) $2\int x^{5}dx$ E) $2\int x^{10}dx$

soru 2

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{3}}dx$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{\sqrt{3}}\int x^{3}dx$ B) $\sqrt{3}\int x^{3}dx$ C) $\int x^{3}dx$ D) $\sqrt{3}\int x^{2}dx$ E) $\sqrt{3}\int xdx$

soru 3

$$\int (x^2+x)dx$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int x^2dx+\int xdx$ B) $\int x^2dx-\int xdx$ C) $\int 2xdx+\int xdx$ D) $\int 2xdx-\int xdx$ E) $\int x^2dx+\int dx$

soru 4

$$\int (x^3-x)dx$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int x^3dx+\int xdx$ B) $\int x^3dx-\int xdx$ C) $\int 3x^2dx-\int xdx$ D) $\int 3x^2dx+\int xdx$ E) $\int x^3dx-\int dx$

soru 5

$$\int (5x^2+3x)dx$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5\int xdx+3\int x^2dx$ B) $5\int x^2dx+\int xdx$ C) $5\int x^2dx+3\int xdx$ D) $5\int x^2dx-3\int xdx$ E) $5\int x^3dx+3\int x^2dx$

soru 6

$$\int \frac{(x^3-x^2)}{2}dx$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\int x^3dx-2\int x^2dx$ B) $2\int x^3dx+2\int x^2dx$ C) $\int x^3dx-\int x^2dx$ D) $\int x^3dx+\frac{1}{2}\int x^2dx$ E) $\frac{1}{2}\int x^3dx-\frac{1}{2}\int x^2dx$

soru 7

$$\int (\sqrt{2}x^2-5)dx$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}\int x^2dx-\int dx$ B) $\sqrt{2}\int x^2-5\int dx$ C) $\sqrt{2}\int x^2dx-5\int dx$ D) $\sqrt{2}\int x^2dx-5\int xdx$ E) $\sqrt{2}\int x^2-5\int x$

soru 8

$$\int \left(2x^8-\sqrt{5}x^4+\frac{1}{2}\right)dx$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\int x^8dx-\sqrt{5}\int x^4dx+\frac{1}{2}\int dx$

B) $2\int x^8-\sqrt{5}\int x^4+\frac{1}{2}\int dx$

C) $2\int x^8dx-\sqrt{5}\int x^4+\frac{1}{2}\int dx$

D) $2\int x^8dx-\sqrt{5}\int x^4dx+\int \frac{1}{2}$

E) $2\int x^8-\sqrt{5}\int x^4+\int \frac{1}{2}$

1 – E 2 – A 3 – A 4 – B 5 – C 6 – E 7 – C 8 – A

$\int k.dx$ ve $\int x^n dx$ ifadelerinin integralleri

k bir reel sayı olmak üzere, $\int k dx = kx + c$ ve $n \neq -1$ bir reel sayı olmak üzere $\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$

Burada, kx+c nin türevinin $(kx+c)' = k$ ve $\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$ nin türevinin $\left(\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c\right)' = x^n$ olduğuna dikkat ediniz.

kavrama sorusu

$\int dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int dx = \int 1 dx$

$\int k dx = kx + c$ bağıntısından

$\int dx = \int 1 dx = 1.x + c = x + c$

($(x+c)' = 1$ olduğuna dikkat ediniz.)

***Cevap:* $x+c$**

kavrama sorusu

$\int x^2 dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c$ bağıntısından

$\int x^2 dx = \dfrac{x^{2+1}}{2+1} + c = \dfrac{x^3}{3} + c$

$\left(\left(\dfrac{x^3}{3} + c\right)' = \cancel{3}.\dfrac{x^2}{\cancel{3}} = x^2$ olduğuna dikkat ediniz.$\right)$

***Cevap:* $\dfrac{x^3}{3} + c$**

kavrama sorusu

$\int (x^3+3) dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int (x^3+3) dx = \int x^3 dx + 3\int dx$

$= \dfrac{x^{3+1}}{3+1} + 3.x + c = \dfrac{x^4}{4} + 3x + c$ dir.

***Cevap:* $\dfrac{x^4}{4} + 3x + c$**

kavrama sorusu

$\int (4x^3 - x^2) dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int (4x^3 - x^2) dx = 4\int x^3 dx - \int x^2 dx$

$= 4.\dfrac{x^{3+1}}{3+1} - \dfrac{x^{2+1}}{2+1} + c = x^4 - \dfrac{x^3}{3} + c$

***Cevap:* $x^4 - \dfrac{x^3}{3} + c$**

soru 1

$\int 2dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{2}{x}+c$ B) $2x+c$ C) $2x^2+c$
D) $2x^3+c$ E) $2x^4+c$

soru 2

Aşağıda verilen eşitliklerden hangisi yanlıştır?

A) $\int 3dx = 3x+c$ B) $\int \frac{1}{3}dx = \frac{1}{3}x+c$ C) $\int (-5)dx = -5x+c$
D) $\int \left(-\frac{3}{2}\right)dx = -\frac{3}{2}x+c$ E) $\int dx = c$

soru 3

$\int x^3dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^3+c B) x^4+c C) $\frac{x^4}{4}+c$
D) x^5+c E) $\frac{x^6}{6}+c$

soru 4

$\int (x^2+3)dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^2+3+c B) x^2+3x+c C) x^3+3x^2+c
D) $\frac{x^3}{3}+3x+c$ E) $\frac{x^3}{3}+3x^2+c$

soru 5

$\int 7.x^6dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^7+c B) $6x^7+c$ C) $6x^6+c$
D) x^6+c E) $6x^5+c$

soru 6

$\int (3x^2+2x)dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^3+x^2+c$ B) x^3+x^2+c
C) x^3+2x^2+c D) x^3+2x+c
E) x^3+x+c

soru 7

$\int (4x^3+1)dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4x^3+x+c$ B) $4x^3+x^2+c$
C) x^4+x+c D) x^4+x^2+c
E) x^5+x^2+c

soru 8

$\int (6x^5+3x^2+1)dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^5+x^2+x+c B) x^5+x^3+x+c
C) x^6+x^3+x+c D) $x^6+x^3+x^2+c$
E) $x^6+x^4+x^2+c$

1 – B 2 – E 3 – C 4 – D 5 – A 6 – B 7 – C 8 – C

İntegrali alınacak ifade $n\neq 1$ olmak üzere $\frac{1}{x^n}=x^{-n}$ şeklinde ise yine $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$ kuralına göre integral alınabilir.

kavrama sorusu

$\int x^{-2}dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\int x^{-2}dx=\frac{x^{-2+1}}{-2+1}+c=\frac{x^{-1}}{-1}+c=-\frac{1}{x}+c$

Cevap: $-\frac{1}{x}+c$

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{x^3}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\int \frac{dx}{x^3}=\int x^{-3}dx$ biçiminde yazılabilir.

$\int x^{3}dx=\frac{x^{-3+1}}{-3+1}+c=\frac{x^{-2}}{-2}+c=-\frac{1}{2x^2}+c$

Cevap: $-\frac{1}{2x^2}+c$

kavrama sorusu

$\int 5x^{-3}dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\int 5x^{-3}dx=5\int x^{-3}dx=5.\frac{x^{-3+1}}{-3+1}+c=\frac{5x^{-2}}{-2}+c=-\frac{5}{2x^2}+c$

Cevap: $-\frac{5}{2x^2}+c$

kavrama sorusu

$\int\left(\frac{4}{x^2}-\frac{7}{x^5}+\frac{1}{3}\right)dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\int\left(\frac{4}{x^2}-\frac{7}{x^5}+\frac{1}{3}\right)dx=\int\left(4x^{-2}-7x^{-5}+\frac{1}{3}\right)dx$

$=4\int x^{-2}dx-7\int x^{-5}dx+\int\frac{1}{3}dx$

$=4\cdot\frac{x^{-2+1}}{-2+1}-7\cdot\frac{x^{-5+1}}{-5+1}+\frac{1}{3}x+c$

$=4\cdot\frac{x^{-1}}{-1}-7\cdot\frac{x^{-4}}{-4}+\frac{1}{3}x+c$

$=-\frac{4}{x}+\frac{7}{4x^4}+\frac{1}{3}x+c$

Cevap: $-\frac{4}{x}+\frac{7}{4x^4}+\frac{1}{3}x+c$

soru 1

$\int x^{-5}dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\frac{1}{x^4}+c$ B) $-\frac{1}{x^2}+c$ C) $-\frac{1}{4x^4}+c$ D) $-\frac{1}{5x^4}+c$ E) $-\frac{1}{6x^4}+c$

soru 2

$\int 3x^{-2}dx$ **integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\frac{3}{x}+c$ B) $-\frac{3}{x^2}+c$ C) $-\frac{3}{x^3}+c$ D) $-\frac{1}{x}+c$ E) $-\frac{1}{x^3}+c$

soru 3

$$\int \frac{dx}{x^4}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{3x^3}+c$ B) $-\frac{1}{2x^2}+c$ C) $-\frac{1}{x^3+c}$ D) $-\frac{1}{x^2+c}$ E) $-x^3+c$

soru 4

$$\int \frac{5}{x^6}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{5}{x^7}+c$ B) $-\frac{5}{x^5}+c$ C) $-\frac{1}{x^7}+c$ D) $-\frac{1}{x^5}+c$ E) $\frac{1}{x^5}+c$

soru 5

$$\int \left(2^{-3}+\frac{1}{x^2}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2^{-2}-\frac{1}{x^2}+c$ B) $2^{-3}x-\frac{1}{x}+c$ C) $2^{-2}x+\frac{1}{x}+c$ D) $\frac{2^{-3}}{x^3}+c$ E) $-2^{-3}-\frac{1}{x^3}+c$

soru 6

$$\int \left(\frac{4}{x^3}+\frac{1}{5x^5}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^6}+c$ B) $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^4}+c$ C) $\frac{1}{x^4}-\frac{5}{x^6}+c$ D) $-\frac{1}{x^2}-\frac{4}{5x^4}+c$ E) $-\frac{2}{x^2}-\frac{1}{20x^4}+c$

soru 7

$$\int (2x^{-3}+3x^{-4}+4x^{-5})dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^4}+c$ B) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}+c$ C) $-\frac{1}{x^4}-\frac{1}{x^5}-\frac{1}{x^6}+c$ D) $\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^5}+\frac{1}{x^6}+c$ E) $\frac{2}{x^4}+\frac{3}{x^5}+\frac{4}{x^6}+c$

soru 8

$$\int \left(\frac{11}{x^{12}}-\frac{12}{x^{13}}+\frac{18}{x^{19}}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{x^{11}}-\frac{1}{x^{12}}+\frac{18}{x^{18}}+c$ B) $-\frac{1}{x^{11}}+\frac{1}{x^{12}}-\frac{1}{x^{18}}+c$ C) $\frac{1}{x^{13}}-\frac{1}{x^{14}}+\frac{18}{x^{20}}+c$ D) $-\frac{1}{x^{13}}+\frac{1}{x^{14}}-\frac{18}{x^{20}}+c$ E) $\frac{11}{x^{13}}-\frac{12}{x^{14}}+\frac{4}{x^{20}}+c$

1 – C 2 – A 3 – A 4 – D 5 – B 6 – E 7 – A 8 – B

Köklü İfadelerin İntegrali

$\sqrt[m]{x^n}$ biçimindeki köklü ifadelerin integralini alırken, $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$ eşitliğinden faydalanırız. İfadeyi $x^{\frac{n}{m}}$ şeklinde yazdıktan sonra $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ bağıntısını kullanarak integralini alırız.

kavrama sorusu

$\int \sqrt{x}dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \sqrt{x}dx = \int x^{\frac{1}{2}}dx$ biçiminde yazılabilir.

$$\int x^{\frac{1}{2}}dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$$

Cevap: $\frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$

kavrama sorusu

$\int \sqrt[4]{x^3}dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \sqrt[4]{x^3} = \int x^{\frac{3}{4}}dx$ biçiminde yazılabilir.

$$\int x^{\frac{3}{4}}dx = \frac{x^{\frac{3}{4}+1}}{\frac{3}{4}+1} + c = \frac{x^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}} + c = \frac{4\sqrt[4]{x^7}}{7} + c$$

Cevap: $\frac{4\sqrt[4]{x^7}}{7} + c$

kavrama sorusu

$\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}}dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \int x^{-\frac{1}{3}}dx$ biçiminde yazılabilir.

$$\int x^{-\frac{1}{3}}dx = \frac{x^{-\frac{1}{3}+1}}{-\frac{1}{3}+1} + c = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + c = \frac{3x^{\frac{2}{3}}}{2} + c = \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2} + c$$

Cevap: $\frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2} + c$

kavrama sorusu

$\int \left(\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \left(\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx = \int x^{\frac{2}{3}}dx - \int x^{-\frac{1}{2}}dx$ biçiminde gösterilebilir.

$$\frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} - \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = \frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} - 2\sqrt{x} + c$$

Cevap: $\frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} - 2\sqrt{x} + c$

soru 1

$$\int \sqrt[3]{x}\,dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^{\frac{4}{3}}}{4}+c$ B) $\frac{3.x^{\frac{4}{3}}}{4}+c$ C) $\frac{x^{\frac{3}{4}}}{4}+c$

D) $\frac{3x^{\frac{3}{4}}}{4}$ E) $\frac{4x^{\frac{3}{4}}}{3}+c$

soru 2

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{x}+c$ B) $\sqrt{x}+c$ C) $-\sqrt{x}+c$

D) $-2\sqrt{x}+c$ E) $-3\sqrt{x}+c$

soru 3

$$\int \left(\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4}+\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}+c$ B) $\frac{x^{\frac{4}{3}}}{4}+\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}+c$

C) $\frac{3x^{\frac{3}{4}}}{4}+\frac{2x^{\frac{2}{3}}}{3}+c$ D) $\frac{4x^{\frac{4}{3}}}{3}+\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}+c$

E) $\frac{4x^{\frac{4}{3}}}{3}+\frac{2x^{\frac{2}{3}}}{3}+c$

soru 4

$$\int \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+c$ B) $\sqrt{x}+c$ C) $\sqrt{x^3}+c$

D) $\sqrt[3]{x^4}+c$ E) $\sqrt[3]{x^5}+c$

soru 5

$$\int \frac{dx}{2\sqrt{x}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+c$ B) $\sqrt{x}+c$ C) $2\sqrt{x}+c$

D) $\sqrt[3]{x}+c$ E) $\sqrt[4]{x}+c$

soru 6

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}+\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}+5\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{\sqrt[3]{x}}-4\sqrt[4]{x}+5x+c$ B) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+4\sqrt[4]{x}+5x+c$

C) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}+\sqrt[4]{x}+5x+c$ D) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}+4\sqrt[4]{x}+c$

E) $\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt[4]{x}}+5x+c$

soru 7

$$\int \left(3\sqrt{x}+\frac{6}{x^4}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{x^3}-\frac{1}{x^3}+c$ B) $2\sqrt{x^3}-\frac{1}{x^3}+c$

C) $2\sqrt{x^3}-\frac{2}{x^3}+c$ D) $3\sqrt{x^3}-\frac{2}{x^3}+c$

E) $3\sqrt{x^3}-\frac{3}{x^3}+c$

soru 8

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{2\sqrt[3]{x^2}}-\frac{1}{x^2}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}-\frac{1}{x}+c$ B) $\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}+c$

C) $2\sqrt{x}+\frac{\sqrt[3]{x}}{2}+\frac{1}{x}+c$ D) $2\sqrt{x}+3\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}+c$

E) $2\sqrt{x}+\frac{3\sqrt[3]{x}}{2}+\frac{1}{x}+c$

1 – B 2 – A 3 – A 4 – E 5 – B 6 – B 7 – C 8 – E

İntegral almada değişken değiştirme yöntemi

İntegral alma işleminde bazen ifadeler bize karışık gelebilir. Bu tip ifadeleri basitleştirip integral alma kurallarına daha uyumlu hale getirmek için değişken değiştirme yöntemini kullanabiliriz.

Örneğin; $\int (x^3+1).3x^2dx$ integralinde $x^3+1=u$ ise $(x^3+1)'=(u)' \Rightarrow 3x^2dx=du$ olur. $\int \underbrace{(x^3+1)}_{u}.\underbrace{3x^2dx}_{du}$

$\int u.du=\frac{u^2}{2}+c$ dir. $u=x^3+1$ sonuçta yerine yazıldığında,

$\int \left(x^3+1\right).3x^2dx=\int u.du=\frac{u^2}{2}+c=\frac{(x^3+1)^2}{2}+c$ bulunur.

Burada hangi ifadeyi u ya eşitleyeceğimizi belirlerken dikkat edilecek durum, u ya eşitlediğimiz ifadenin türevinin integral ifadesi içinde bulunmasıdır.

Değişken değiştirme yöntemi bundan sonra verilecek tüm integral alma kuralları içinde kullanılabilir.

kavrama sorusu

$\int (3x^2-1)^3.6xdx$ integralinin eşitini bulunuz.

$(3x^2-1)'=6x$ olduğu için değişken değiştirme uyguladığımıza dikkat ediniz.

çözüm

$(3x^2-1)=u$ ise $(3x^2-1)'=6xdx=du$

$\int \underbrace{(3x^2-1)^3}_{u}.\underbrace{6xdx}_{du}=\int u^3.du$, $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$ bağıntısından

$\int u^3.du=\frac{u^4}{4}+c$ ise $\int (3x^2-1)^3 6xdx=\frac{(3x^2-1)^4}{4}+c$

Cevap: $\mathbf{\frac{(3x^2-1)^4}{4}+c}$

kavrama sorusu

$\int (x^3-x^2)^2.(3x^2-2x)dx$ integralinin eşitini bulunuz.

$(x^3-x^2)'=3x^2-2x$ olduğu için değişken değiştirme yöntemini uyguladığımıza dikkat ediniz.

çözüm

$x^3-x^2=u$ ise $(x^3-x^2)'=(3x^2-2x)dx=du$

$\int \underbrace{(x^3-x^2)^2}_{u}.\underbrace{(3x^2-2x)dx}_{du}=\int u^2du$, $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$ bağıntısından

$\int u^2.du=\frac{u^3}{3}+c$ ise $\int (x^3-x^2)^2.(3x^2-2x)dx=\frac{(x^3-x^2)^3}{3}+c$

Cevap: $\mathbf{\frac{(x^3-x^2)^3}{3}+c}$

kavrama sorusu

$\int (x^4+x^2)^3.(2x^3+x)dx$ integralinin eşitini bulunuz.

$(x^4+x^2)'=4x^3+2x=2(2x^3+x)$ olduğu için değişken değiştirme yöntemini uyguladığımıza dikkat ediniz.

çözüm

$x^4-x^2=u$ ise $(4x^3+2x)dx=du$

Buna göre, $(2x^3+x)dx=\frac{du}{2}$ dir.

$\int \underbrace{(x^4+x^2)^3}_{u}.\underbrace{(2x^3+x)dx}_{\frac{du}{2}}=\int \frac{u^3.du}{2}=\frac{1}{2}\int u^3du$

$\frac{1}{2}\int u^3.du=\frac{1}{2}\cdot\frac{u^4}{4}+c=\frac{u^4}{8}+c$ olduğuna göre,

$u=x^4+x^2$ yerine yazıldığında

$\int (x^4+x^2)^3.(2x^3+x)dx=\frac{(x^4+x^2)^4}{8}+c$

Cevap: $\mathbf{\frac{(x^4+x^2)^4}{8}+c}$

soru 1

$$\int (x^4+1)^2.4x^3dx$$

integralinde u=x⁴+1 dönüşümü yapıldığında aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int u.du$ B) $\int u^2.du$ C) $\int u^3.du$

D) $4\int u^3.du$ E) $\int u^4.du$

soru 2

$$\int (x^2+7)^3.2xdx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x^2+7)+c$ B) $(x^2+7)^3+c$

C) $(x^2+7)^4+c$ D) $\frac{(x^2+7)^4}{4}+c$

E) $4.(x^2+7)^4+c$

soru 3

$$\int (x^3-5x^2)^2.(3x^2-10x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(x^3-5x^2)^3}{3}+c$ B) $\frac{(x^3-5x^2)^2}{2}+c$

C) $(x^3-5x^2)+c$ D) $2(x^3-5x^2)^2+c$

E) $3.(x^3-5x^2)^3+c$

soru 4

$$\int \left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)^4 \cdot (x^3+x^2)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{5}\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)^5+c$ B) $\frac{1}{4}\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)^4+c$

C) $\frac{1}{3}\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)^3+c$ D) $\frac{1}{2}\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)^2+c$

E) $\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)+c$

soru 5

$$\int (x^3+x)^2.(6x^2+2)dx$$

integralinde u=x³+x dönüşümü yapıldığında aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\frac{1}{4}\int u^2.du$ B) $\frac{1}{2}\int u^2.du$ C) $\int u^2.du$

D) $2\int u^2.du$ E) $4\int u^2.du$

soru 6

$$\int (x^6+x^2)^4.(3x^5+x)dx$$

integralinde u=x⁶+x² dönüşümü yapıldığında aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\frac{1}{4}\int u^4.du$ B) $\frac{1}{2}\int u^4.du$ C) $\int u^4.du$

D) $2\int u^4.du$ E) $4\int u^4.du$

soru 7

$$\int (x^2-3)^3.8xdx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4(x^2-3)^4+c$ B) $2(x^2-3)^4+c$

C) $(x^2-3)^4+c$ D) $\frac{(x^2-3)^4}{2}+c$

E) $\frac{(x^2-3)^4}{4}+c$

soru 8

$$\int (x^4+x^2)^2.(2x^3+x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(x^4+x^2)^3}{6}+c$ B) $\frac{(x^4+x^2)^3}{3}+c$

C) $\frac{(x^4+x^2)^3}{2}+c$ D) $(x^4+x^2)^3+c$

E) $\frac{2(x^4+x^2)^3}{3}+c$

1 – B 2 – D 3 – A 4 – A 5 – D 6 – B 7 – C 8 – A

$\int \frac{dx}{x}$ ifadesinin integrali

$\int \frac{dx}{x}$ integralini $\int x^{-1}dx$ şeklinde yazıp $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ kuralını uygulayarak çözüm yapmamız mümkün değildir. Çünkü, $\frac{x^{-1+1}}{(-1+1)} = \frac{x^0}{0}$ olduğundan tanımsız bir ifade ile karşılaşırız. Ancak, lnx ifadesinin türevi $\frac{1}{x}$ olduğuna göre, $\frac{1}{x}$ in integrali de bize lnx i vermelidir.

Buna göre, $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c$ dir.

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{2x}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\int \frac{dx}{2x} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x}dx = \frac{1}{2}\ln|x| + c$

Cevap: $\frac{1}{2}\ln|x| + c$

kavrama sorusu

$\int \frac{5dx}{x}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\int \frac{5dx}{x} = 5\int \frac{1}{x}dx = 5\ln|x| + c$

Cevap: $5\ln|x| + c$

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{(x+1)}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$x+1=u$ ise $(x+1)'=u'$ ve $1dx=du$

$\int \frac{dx}{(x+1)} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln|x+1| + c$

Cevap: $\ln|x+1| + c$

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{(5x+1)}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$5x+1=u$ ise $(5x+1)'=u'$ ve $5dx=du$, $dx = \frac{du}{5}$

Buradan, $\int \frac{dx}{(5x+1)}$ ($dx \rightarrow \frac{du}{5}$, $(5x+1) \rightarrow u$) $= \frac{1}{5}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{5}\ln|u| + c$ bulunup

$u=5x+1$ yerine yazıldığında

$\int \frac{dx}{(5x+1)} = \frac{1}{5}\ln|5x+1| + c$ elde ederiz.

Cevap: $\frac{1}{5}\ln|5x+1| + c$

soru 1

$$\int \frac{dx}{3x}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|3x|+c$ B) $3\ln|x|+c$ C) $\frac{1}{3}\ln|x|+c$

D) $\ln\left|\frac{x}{3}\right|+c$ E) $3\ln\left|\frac{x}{3}\right|+c$

soru 2

$$\int \frac{8dx}{x}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|8x|+c$ B) $8\ln|x|+c$ C) $\frac{1}{8}\ln|x|+c$

D) $\ln\left|\frac{x}{8}\right|+c$ E) $8\ln|8x|+c$

soru 3

$$\int \frac{dx}{(x+7)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $7\ln|x+7|+c$ B) $\ln\left|\frac{x+7}{7}\right|+c$

C) $\frac{1}{7}\ln|x+7|+c$ D) $\ln|x+7|+c$

E) $\ln|x-7|+c$

soru 4

$$\int \frac{dx}{(x-10)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x-10|+c$ B) $\ln|x+10|+c$

C) $\ln|x|-\ln 10+c$ D) $\ln|x|+\ln 10+c$

E) $\frac{1}{10}\ln|x-10|+c$

soru 5

$$\int \frac{dx}{(3x+1)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|3x+1|+c$ B) $\frac{1}{3}\ln|3x+1|+c$

C) $3\ln|3x+1|+c$ D) $\ln\left|\frac{3x+1}{3}\right|+c$

E) $\ln|3x|+\ln|x|+c$

soru 6

$$\int \frac{dx}{(2x+7)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|2x+7|+c$ B) $\ln\left|\frac{2x+7}{2}\right|+c$

C) $\ln|2x|+c$ D) $2\ln|2x+7|+c$

E) $\frac{1}{2}\ln|2x+7|+c$

soru 7

$$\int \frac{3dx}{(2x+1)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|2x+1|+c$ B) $3\ln|2x+1|+c$

C) $\frac{1}{3}\ln|2x+1|+c$ D) $\frac{2}{3}\ln|2x+1|+c$

E) $\frac{3}{2}\ln|2x+1|+c$

soru 8

$$\int \frac{dx}{\left(\frac{x}{2}+1\right)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\ln\left|\frac{x}{2}+1\right|+c$ B) $\ln\left|\frac{x}{2}+1\right|+c$

C) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x}{2}+1\right|+c$ D) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x}{2}+1\right|+c$

E) $\ln\left|\frac{x}{2}\right|+\frac{x}{2}+c$

1 – C 2 – B 3 – D 4 – A 5 – B 6 – E 7 – E 8 – A

$\int$sinx.dx ve $\int$cosx.dx biçimindeki integraller

sinx ifadesinin türevinin cosx ve cosx ifadesinin türevinin –sinx olduğunu biliyoruz. Buradan,

(sinx)'=cosx ise $\int$cosxdx=sinx+c

(cosx)'=–sinx ise $\int$sinxdx=–cosx+c

İçinde sin ve cos fonksiyonları bulunan ancak tam olarak $\int$sinxdx veya $\int$cosxdx ifadelerine uymayan integralleri değişken dönüşümü yaparak bu formata benzetmeye çalışırız.

kavrama sorusu

$\int$sin2xdx integralinin eşitini bulunuz.

Uyarı

$\int$sin2xdx integrali tam olarak $\int$sinxdx integraline uymadığı için, 2x=u dönüşümü yapılır.

çözüm

$2x=u$ ise $(2x)'=2dx=du$ ve $du=\frac{dx}{2}$

$\int \underbrace{\sin 2x}_{\sin u}\,\underbrace{dx}_{\frac{du}{2}}=\frac{1}{2}\int \sin u.du$

$\frac{1}{2}\int \sin u.du=-\frac{1}{2}\cos u+c$ (u=2x yerine yazıldığında)

$\int \sin 2xdx=-\frac{1}{2}\cos 2x+c$

Cevap: $-\frac{1}{2}\cos 2x+c$

kavrama sorusu

$\int \sin(x^2+x).(2x+1)dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$u=x^2+x$ ise $du=(2x+1)dx$ tir.

$\int \underbrace{\sin(x^2+x)}_{\sin u}.\underbrace{(2x+1)dx}_{du}=\int \sin u.du$ olur ve

$\int \sin u.du=-\cos u+c$ ($u=x^2+x$ yerine yazıldığında)

$\int \sin(x^2+x).(2x+1)dx=-\cos(x^2+x)+c$

Cevap: $-\cos(x^2+x)+c$

kavrama sorusu

$\int$cos3xdx integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$u=3x$ ise $du=3dx$ ve $dx=\frac{du}{3}$

$\int \underbrace{\cos 3x}_{\cos u}\,\underbrace{dx}_{\frac{du}{3}}=\frac{1}{3}\int \cos u.du=\frac{1}{3}\sin u+c$

u=3x yerine yazıldığında,

$\int \cos 3xdx=\frac{1}{3}\sin 3x+c$ bulunur.

Cevap: $\frac{1}{3}\sin 3x+c$

kavrama sorusu

$\int \cos\left(\frac{x+1}{3}\right)dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$u=\frac{x+1}{3}$ ise $du=\frac{dx}{3}$ ve $dx=3.du$

$\int \underbrace{\cos\left(\frac{x+1}{3}\right)}_{\cos u}\,\underbrace{dx}_{3.du}=3\int \cos udu=3\sin u+c$

$u=\frac{x+1}{3}$ yerine yazıldığında,

$\int \cos\left(\frac{x+1}{3}\right)dx=3\sin\left(\frac{x+1}{3}\right)+c$

Cevap: $3\sin\left(\frac{x+1}{3}\right)+c$

soru 1

$\int \sin 5x\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{25}\cos 5x$ B) $-\frac{1}{5}\cos 5x + c$ C) $-\cos 5x + c$

D) $\cos 5x + c$ E) $\frac{1}{5}\cos 5x + c$

soru 2

$\int \cos(x+1)\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin(x+1)+c$ B) $-\sin(x+1)+c$ C) $-\frac{1}{2}\sin(x+1)+c$

D) $\cos(x+1)+c$ E) $\frac{1}{2}\cos(x+1)+c$

soru 3

$\int (\sin x + \cos x)\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x + \sin x + c$ B) $\cos x - \sin x + c$ C) $\sin x - \cos x + c$

D) $-\sin x - \cos x + c$ E) $2\sin x + c$

soru 4

$\int \cos 7x\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sin 7x + c$ B) $-\frac{1}{7}\sin 7x + c$ C) $\frac{1}{7}\sin 7x + c$

D) $\sin 7x + c$ E) $7\sin 7x + c$

soru 5

$\int \sin\left(\frac{x-1}{2}\right)dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2\cos\left(\frac{x-1}{2}\right)+c$ B) $-\cos\left(\frac{x-1}{2}\right)+c$

C) $-\frac{1}{2}\cos\left(\frac{x-1}{2}\right)+c$ D) $-\frac{1}{4}\cos\left(\frac{x-1}{2}\right)+c$

E) $-\frac{1}{8}\cos\left(\frac{x-1}{2}\right)+c$

soru 6

$\int (\cos 3x - \sin 2x)\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}\cos 3x - \frac{1}{2}\sin 2x + c$ B) $-\frac{1}{3}\sin 3x - \frac{1}{2}\cos 2x + c$

C) $\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{3}\sin 3x + c$ D) $\frac{1}{3}\sin 3x - \frac{1}{2}\cos 2x + c$

E) $\frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{2}\cos 2x + c$

soru 7

$\int \cos(x^3-1).3x^2\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $9.\sin(x^3+1)+c$ B) $3.\sin(x^3+1)+c$

C) $\frac{1}{3}\sin(x^3-1)+c$ D) $\sin(x^3-1)+c$

E) $\sin x^3 + c$

soru 8

$\int \sin(x^5+x).(5x^4+1)\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5\cos(x^5+x)$ B) $\cos(x^5+x)+c$ C) $\frac{1}{5}\cos(x^5+x)+c$

D) $-\cos(x^5+x)+c$ E) $-\frac{1}{5}\cos(x^5+x)+c$

1 – B 2 – A 3 – C 4 – C 5 – A 6 – E 7 – D 8 – D

$\int a^x.dx$ ve $\int e^x.dx$ biçimindeki integraller

$(a^x)'=a^x.\ln a$ ise $\int a^x dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+c$

$(e^x)'=e^x$ ise $\int e^x dx=e^x+c$

İçerisinde a^x ve e^x gibi ifadeler bulunan ancak tam olarak $\int a^x dx$ ve $\int e^x dx$ ifadelerine uymayan integrallerde değişken dönüşümü yapılarak bu formata benzetmeye çalışırız.

kavrama sorusu

$\int 3^x dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int a^x.dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+c$ bağıntısından

$\int 3^x.dx=\dfrac{3^x}{\ln 3}+c$

Cevap: $\dfrac{3^x}{\ln 3}+c$

kavrama sorusu

$\int 2^x dx+\int e^x dx$ integralleri toplamını bulunuz.

çözüm

$\int a^x dx=\dfrac{a^x}{\ln a}+c$ bağıntısından $\int 2^x dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+c$

$\int e^x dx=e^x+c$ bağıntısından $\int e^x dx=e^x+c$

Buna göre, $\int 2^x dx+\int e^x dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+e^x+c$

Cevap: $\dfrac{\quad}{\ln 2}+e\ \ +c$

kavrama sorusu

$\int e^{(3x+1)}dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$u=3x+1$ ise $du=3.dx$ ve $dx=\dfrac{du}{3}$

$\int \underbrace{e^{(3x+1)}}_{e^u}\,.\,\underbrace{dx}_{\frac{du}{3}}=\dfrac{1}{3}\int e^u.du=\dfrac{1}{3}e^u+c$

$u=3x+1$ yerine yazıldığında,

$\int e^{(3x+1)}.dx=\dfrac{1}{3}e^{3x+1}+c$

Cevap: $\dfrac{1}{3}e^{3x+1}+c$

kavrama sorusu

$\int 5^{(x^2+3x)}.(2x+3)dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$u=x^2+3x$ ise $du=(2x+3)dx$

$\int \underbrace{5^{(x^2+3x)}}_{5^u}\,.\,\underbrace{(2x+3).dx}_{du}=\int 5^u.du=\dfrac{5^u}{\ln 5}+c$

$u=x^2+3x$ yerine yazıldığında,

$\int 5^{(x^2+3x)}.(2x+3).dx=\dfrac{5^{x^2+3x}}{\ln 5}+c$

Cevap: $\dfrac{5^{x^2+3x}}{\ln 5}+c$

soru 1

$$\int 10^x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{10^x}{\ln 10}+c$ B) 10^x+c C) $10^x+\ln 10+c$

D) $\dfrac{10^x}{\log e}+c$ E) $\dfrac{10^x}{10}+c$

soru 2

$$\int 5^x.\ln 5 dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{5^x}{(\ln 5)^2}+c$ B) $\dfrac{5^x}{\ln 5}+c$ C) 5^x+c

D) $5^x.\ln 5+c$ E) $5^x.(\ln 5)^2+c$

soru 3

$$\int 2^{(x-1)} dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{2^x}{2.\ln 2}+c$ B) $\dfrac{2^x}{\ln 2}+c$ C) $\dfrac{2^x.2+c}{\ln 2}$

D) $2^{x-1}+c$ E) 2^x+c

soru 4

$$\int (e^{(x+1)}+e^{(x-1)}) dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^x-e^{-x}+c$ B) $e^x+e^{-x}+c$ C) $e^{(x+1)}-e^{(x-1)}+c$

D) $e^{(x+1)}+e^{(x-1)}+c$ E) $\dfrac{1}{2}(e^{x+1}+e^{x-1})+c$

soru 5

$$\int e^{\frac{x}{2}} dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\dfrac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}+c$ B) $e^{\frac{x}{2}}+c$ C) $2e^{\frac{x}{2}}+c$

D) $4e^{\frac{x}{2}}+c$ E) $8e^{\frac{x}{2}}+c$

soru 6

$$\int e^{5x} dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{5x}+c$ B) $\dfrac{1}{5}e^{5x}+c$ C) $\dfrac{1}{25}e^{5x}+c$

D) $5e^{5x}+c$ E) $25.e^{5x}+c$

soru 7

$$\int e^{x^2}.2x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2.e^{x^2}+c$ B) $e^{x^2}+c$ C) $\dfrac{1}{2}e^{x^2}+c$

D) $e^{2x}+c$ E) $2e^{2x}+c$

soru 8

$$\int e^{(x^3+1)}.x^2 dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $9e^{x^3+1}+c$ B) $3e^{x^3+1}+c$ C) $e^{x^3+1}+c$

D) $\dfrac{1}{3}e^{x^3+1}+c$ E) $\dfrac{1}{9}e^{x^3+1}+c$

1 – A 2 – C 3 – A 4 – D 5 – C 6 – B 7 – B 8 – D

$\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ ve $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$ biçimindeki integraller

tanx ifadesinin türevinin $\frac{1}{\cos^2 x}$ ve cotx ifadesinin türevinin $-\frac{1}{\sin^2 x}$ olduğunu biliyoruz. Buradan,

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ ise $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + c$

$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ ise $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + c$

İçerisinde $\frac{1}{\cos^2 x}$ ve $\frac{1}{\sin^2 x}$ gibi ifadeler bulunan ancak tam olarak $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ ve $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$ integrallerine uymayan integrallerde değişken dönüşümü yapılarak bu integrale dönüştürülür.

kavrama sorusu

$\int (1+\tan^2 x)dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$1+\tan^2 x = 1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\overbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}^{1}}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$ olduğundan,

$\int (1+\tan^2 x)dx = \int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + c$

Cevap: tanx+c

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{\sin^2(x+3)}$ integralinin eşitini bulunuz.

$\int \frac{dx}{\sin^2(x+3)}$ integrali tam olarak $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$ integraline uymadığı için u=x+3 dönüşümü yapılır.

çözüm

u=x+3 ise du=dx

$\int \frac{\overbrace{dx}^{du}}{\underbrace{\sin^2(x+3)}_{\sin^2 u}} = \int \frac{du}{\sin^2 u} = -\cot u + c$

$= -\cot(x+3) + c$

Cevap: –cot(x+3)+c

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{\cos^2(2x)}$ integralinin eşitini bulunuz.

$\int \frac{dx}{\cos^2 2x}$ integrali tam olarak $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ integraline uymadığı için u=2x dönüşümü yapılır.

çözüm

u=2x ise du=2.dx ve $dx = \frac{du}{2}$

$\int \frac{\overbrace{dx}^{\frac{du}{2}}}{\underbrace{\cos^2(2x)}_{\cos^2 u}} \quad \frac{1}{-} \int \frac{du}{\cos^2 u} = \frac{1}{2}\tan u + c$

u=2x yerine yazıldığında,

$\int \frac{dx}{\cos^2 2x} = \frac{1}{2}\tan 2x + c$

Cevap: $\frac{1}{2}$tan2x+c

soru 1

$$\int (5+5\tan^2 x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5tanx+c B) 5cotx+c C) $5\tan^2x+c$ D) $5\cot^2x+c$ E) tanx+c

soru 2

$$\int \left(1+\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
$(\sin^2x+\cos^2x=1)$

A) cosx+c B) sinx+c C) tanx+c D) cotx+c E) –cotx+c

soru 3

$$\int \left(\frac{1}{\cos^2 x}+\cot^2 x+1\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) tanx+cotx+c B) tanx–cotx+c C) cotx–tanx+c D) –cotx–tanx+c E) 2tanx+c

soru 4

$$\int \frac{dx}{\cos^2(x-3)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) cotx+c B) –cot3x+c C) tan3x+c D) tan(x–3)+c E) cot(x–3)+c

soru 5

$$\int \frac{dx}{\sin^2(x+5)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) cot(x+5)+c B) –cot(x+5)+c C) tan(x+5)+c D) –tan(x+5)+c E) tan5x+c

soru 6

$$\int \frac{dx}{\cos^2(4x)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\tan 4x+c$ B) $\tan 4x+c$ C) $\frac{1}{4}\tan 4x+c$ D) $\tan x+c$ E) $-\tan x+c$

soru 7

$$\int \frac{dx}{\sin^2\left(\frac{x}{3}\right)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3\cot\left(\frac{x}{3}\right)+c$ B) $-\cot\left(\frac{x}{3}\right)+c$ C) $-\frac{1}{3}\cot\left(\frac{x}{3}\right)+c$ D) $\tan\left(\frac{x}{3}\right)+c$ E) $3\tan\left(\frac{x}{3}\right)+c$

soru 8

$$\int \frac{2.dx}{\cos^2 x}-\int (1+\tan^2 x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) tanx–cotx+c B) tanx+cotx+c C) cotx–tanx+c D) 2tanx+c E) tanx+c

1 – A	2 – E	3 – B	4 – D	5 – B	6 – C	7 – A	8 – E

$\int \frac{dx}{1+x^2}$ biçimindeki integraller

arctanx ifadesinin türevinin $\frac{1}{1+x^2}$ ve arccotx ifadesinin türevinin $-\frac{1}{1+x^2}$ olduğunu biliyoruz. Buradan,

$(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$ ve $(\text{arccot}\, x)'=-\frac{1}{1+x^2}$ ise $\int \frac{dx}{1+x^2}=\arctan x+c=-\text{arccot}\, x+c$ dir.

İçerisinde $\frac{1}{1+x^2}$ gibi ifadeler bulunan ancak tam olarak $\int \frac{dx}{1+x^2}$ integraline uymayan integrallerde değişken dönüşümü yapılarak kurala uygun hale getirilir.

kavrama sorusu

$\int \frac{3dx}{1+x^2}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\int \frac{3dx}{1+x^2}=3.\int \frac{dx}{1+x^2}=3\arctan x+c$

Cevap: 3arctanx+c

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{1+4x^2}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\int \frac{dx}{1+4x^2}=\int \frac{dx}{1+(2x)^2}$ biçiminde yazılabilir

İfadeyi $\int \frac{dx}{1+x^2}$ ye benzetmek için u=2x dönüşümü yapılır,

$u=2x$ ise $du=2.dx$ ve $dx=\frac{du}{2}$

$$\int \frac{\overbrace{dx}^{\frac{du}{2}}}{\underbrace{1+(2x)^2}_{1+u^2}}=\frac{1}{2}\int \frac{du}{1+u^2}=\frac{1}{2}\arctan u+c$$

u=2x yerine yazıldığında,

$$\int \frac{dx}{1+4x^2}=\frac{1}{2}\arctan 2x+c$$

Cevap: $\frac{1}{2}\arctan 2x+c$

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{9+x^2}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$$\int \frac{dx}{9\left(1+\frac{x^2}{9}\right)}=\frac{1}{9}\int \frac{dx}{1+\left(\frac{x}{3}\right)^2}$$

$u=\frac{x}{3}$ ise $du=\frac{dx}{3}$ ve $dx=3du$

$$=\frac{1}{9}\int \frac{\overbrace{dx}^{3du}}{\underbrace{1+\left(\frac{x}{3}\right)^2}_{1+u^2}}=\frac{3}{9}\int \frac{du}{1+u^2}=\frac{1}{3}\arctan u+c$$

$u=\frac{x}{3}$ yerine yazıldığında,

$$\int \frac{dx}{9+x^2}=\frac{1}{3}\arctan \frac{x}{3}+c$$

Cevap: $\frac{1}{3}\arctan \frac{x}{3}+c$

soru 1

$$\int \frac{2dx}{1+x^2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\arctan x + c$ B) $\arctan x + c$ C) $2\arctan x + c$

D) $\arctan 2x + c$ E) $\arctan\frac{x}{2} + c$

soru 2

$$\int \frac{-3dx}{2+2x^2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{2}\text{arccot}\, x + c$ B) $\frac{3}{2}\arctan x + c$ C) $\frac{2}{3}\text{arccot}\, x + c$

D) $\frac{2}{3}\arctan x + c$ E) $-\frac{2}{3}\text{arccot}\, x + c$

soru 3

$$\int \frac{dx}{7+7x^2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{7}\arctan x + c$ B) $\frac{1}{7}\text{arccot} x + c$ C) $7\arctan x + c$

D) $7\text{arccot} x + c$ E) $\arctan\frac{x}{7} + c$

soru 4

$$\int \frac{dx}{1+9x^2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\arctan x + c$ B) $\arctan x + c$ C) $\frac{1}{3}\arctan 3x + c$

D) $\frac{1}{3}\arctan x + c$ E) $\arctan 3x + c$

soru 5

$$\int \frac{dx}{1+25x^2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5\arctan 5x + c$ B) $\frac{1}{5}\arctan 5x + c$ C) $\arctan 5x + c$

D) $\arctan\frac{x}{5} + c$ E) $\frac{1}{5}\arctan\frac{x}{5} + c$

soru 6

$$\int \frac{6dx}{1+36x^2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6\arctan\frac{x}{6} + c$ B) $\arctan\frac{x}{6} + c$ C) $\frac{1}{6}\arctan\frac{x}{6} + c$

D) $6\arctan 6x + c$ E) $\arctan 6x + c$

soru 7

$$\int \frac{dx}{16+x^2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\arctan 4x + c$ B) $\arctan 4x + c$ C) $\frac{1}{4}\arctan 4x + c$

D) $\frac{1}{4}\arctan\frac{x}{4} + c$ E) $\arctan\frac{x}{4} + c$

soru 8

$$\int \frac{7dx}{49+x^2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $7\arctan 7x + c$ B) $\arctan 7x + c$ C) $\frac{1}{7}\arctan 7x + c$

D) $\arctan\frac{x}{7} + c$ E) $\frac{1}{7}\arctan\frac{x}{7} + c$

1 – C 2 – A 3 – A 4 – C 5 – B 6 – E 7 – D 8 – D

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ biçimindeki integraller

$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ve $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ise $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c = -\arccos x + c$

İçerisinde $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ gibi ifadeler bulunduran ancak tam olarak $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ integraline uymayan integrallerde değişken dönüşümü yapılarak kurala uygun hale getirilir.

kavrama sorusu

$$\int \frac{dx}{2\sqrt{1-x^2}}$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$$\int \frac{dx}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2}\arcsin x + c$$

Cevap: $\frac{1}{2}\arcsin x + c$

kavrama sorusu

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(2x)^2}}$ biçiminde yazılır.

$u=2x$ ise $du=2.dx \Rightarrow dx=\frac{du}{2}$

$$\int \frac{\overbrace{dx}^{\frac{du}{2}}}{\underbrace{\sqrt{1-(2x)^2}}_{1-u^2}} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$= \frac{1}{2}\arcsin u + c$$

$u=2x$ yerine yazıldığında

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}} = \frac{1}{2}\arcsin 2x + c$$

Cevap: $\frac{1}{2}\arcsin 2x + c$

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4\left(1-\frac{x^2}{4}\right)}} = \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2}}$$

$u=\frac{x}{2}$ ise $du=\frac{dx}{2} \Rightarrow 2du=dx$

$$\frac{1}{2}\int \frac{\overbrace{dx}^{2du}}{\underbrace{\sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2}}_{1-u^2}} = \frac{2}{2}\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsin u + c$$

$u=\frac{x}{2}$ yerine yazıldığında,

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} = \arcsin\frac{x}{2} + c$$

Cevap: $\arcsin\frac{x}{2} + c$

soru 1

$$\int \frac{8dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8\arcsin x + c$ B) $4\arcsin x + c$ C) $2\arcsin x + c$

D) $\arcsin x + c$ E) $\frac{1}{2}\arcsin x + c$

soru 2

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4-4x^2}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}\arcsin x + c$ B) $\frac{1}{2}\arcsin x + c$ C) $\arcsin x + c$

D) $2\arcsin x + c$ E) $4\arcsin x + c$

soru 3

$$\int \frac{4dx}{\sqrt{16-16x^2}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\arcsin x + c$ B) $2\arcsin x + c$ C) $\frac{1}{4}\arcsin x + c$

D) $\frac{1}{2}\arcsin x + c$ E) $\arcsin x + c$

soru 4

$$\int \frac{-3dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arccos x + c$ B) $-\arccos x + c$ C) $3\arccos x + c$

D) $\arccos 3x + c$ E) $\arccos \frac{x}{3} + c$

soru 5

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\arcsin 3x + C$ B) $\arcsin 3x + c$ C) $\frac{1}{3}\arcsin 3x + c$

D) $\frac{1}{3}\arcsin \frac{x}{3} + c$ E) $\arcsin \frac{x}{3} + c$

soru 6

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-25x^2}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5\arcsin 5x + c$ B) $\arcsin 5x + c$ C) $\arcsin \frac{x}{5} + c$

D) $\frac{1}{5}\arcsin 5x + c$ E) $\frac{1}{5}\arcsin \frac{x}{5} + c$

soru 7

$$\int \frac{dx}{\sqrt{64-x^2}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8\arcsin 8x + c$ B) $\arcsin 8x + c$ C) $\frac{1}{8}\arcsin 8x + c$

D) $\frac{1}{8}\arcsin \frac{x}{8} + c$ E) $\arcsin \frac{x}{8} + c$

soru 8

$$\int \frac{6dx}{\sqrt{36-x^2}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6\arcsin \frac{x}{6} + c$ B) $\arcsin \frac{x}{6} + c$ C) $\frac{1}{6}\arcsin \frac{x}{6} + c$

D) $6\arcsin 6x + c$ E) $\arcsin 6x + c$

1 – A 2 – B 3 – E 4 – C 5 – C 6 – D 7 – E 8 – A

İntegral Alma Kuralları

Bu bölüme kadar türev alma kuralları ile belirlediğimiz integral alma kurallarının özeti aşağıdadır.

1) $\int a.dx = ax + c, \quad (a \in R)$

2) $\int x^n.dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \quad (n \neq -1)$

3) $\int cosx.dx = sinx + c$

4) $\int sinx.dx = -cosx + c$

5) $\int a^x.dx = \frac{a^x}{lna} + c, \quad (a \in R^+)$

6) $\int e^x.dx = e^x + c$

7) $\int \frac{dx}{x} = ln|x| + c$

8) $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int (1+\tan^2 x).dx = \tan x + c$

9) $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int (1+\cot^2 x)\,dx = -\cot x + c$

10) $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + c = -\text{arc}\cot x + c$

11) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c = -\text{arc}\cos x + c$

kavrama sorusu

$$\int (x^2 + 5cosx)dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int (x^2+5cosx)dx = \int x^2dx + 5\int cosxdx$ biçiminde yazılır.

İntegral alma kuralları uygulandığında,

$$\int x^2dx + 5\int \cos dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + 5\sin x + c = \frac{x^3}{3} + 5\sin x + c$$

Cevap: $\frac{x^3}{3} + 5sinx + c$

kavrama sorusu

$$\int (3e^x - sinx)dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int (3e^x - sinx)dx = 3\int e^xdx - \int sinxdx$ biçiminde yazılır.

İntegral alma kuralları uygulandığında,

$3\int e^xdx - \int sinxdx = 3e^x + cosx + c$

Cevap: $3e^x + cosx + c$

kavrama sorusu

$$\int \left(\frac{5}{x} - 2^x\right) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \left(\frac{5}{x} - 2^x\right) dx = 5\int \frac{dx}{x} - \int 2^x dx$ biçiminde yazılır.

İntegral alma kuralları uygulandığında,

$$5\int \frac{dx}{x} - \int 2^x dx = 5\ln x - \frac{2^x}{\ln 2} + c$$

Cevap: $5lnx - \frac{2^x}{ln2} + c$

kavrama sorusu

$$\int \left(\cos x - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \left(\cos x - \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx = \int \cos x dx - \int \frac{dx}{\cos^2 x}$ biçiminde yazılır.

İntegral alma kuralları uygulandığında,

$$\int \cos x dx - \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \sin x - \tan x + c$$

Cevap: $sinx - tanx + c$

soru 1

$$\int (3x^2+2x+1)\,dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^3+x+c B) x^2+x+c C) x^3+x^2+c

D) x^3+x^2+x E) x^3+x^2+x+c

soru 2

$$\int (e^x+5^x)\,dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^x+5^x+c B) $e^x+\frac{5^x}{\ln 5}+c$ C) $e^x+5^x\ln 5+c$

D) $e^x5^x\ln 5+c$ E) $e^x+5^x+\ln 5+c$

soru 3

$$\int \left(\frac{1}{\sin^2 x}-\sin x\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x-\cot x+c$ B) $\cot x-\cos x+c$ C) $-\cos x-\cot x+c$

D) $\cos x+\cot x+c$ E) $-\cot x+c$

soru 4

$$\int \left(3x^2+\frac{1}{1+x^2}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3+\arctan x+c$ B) $x^3-\arctan x+c$ C) $x^3+\operatorname{arccot} x+c$

D) $x^3+\arcsin x+c$ E) $x^3-\arccos x+c$

soru 5

$$\int \left(x-\frac{1}{x}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{2}+x+c$ B) $\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}+c$ C) $x^2-\ln|x|+c$

D) $\frac{x^2}{2}-\ln|x|+c$ E) $\frac{x^2}{2}+\ln|x|+c$

soru 6

$$\int (\cos x-3x^2)\,dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^3}{3}+\sin x+c$ B) $\frac{x^3}{3}-\sin x+c$ C) $x^3-\sin x+c$

D) $\sin x+x^3+c$ E) $\sin x-x^3+c$

soru 7

$$\int \left(\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{\cos^2 x}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan x-\tan x+c$ B) $\arctan x+\tan x+c$

C) $\arctan x-\cot x+c$ D) $\arctan x+\cot x+c$

E) $\operatorname{arccot} x-\cot x+c$

soru 8

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}+\int \frac{dx}{1+x^2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan x+\operatorname{arccot} x+c$ B) $\arctan x-\operatorname{arccot} x+c$

C) $\arctan x-\arcsin x+c$ D) $\arcsin x+\arctan x+c$

E) $\arcsin x-\arctan x+c$

1 – E 2 – B 3 – A 4 – A 5 – D 6 – E 7 – B 8 – D

kavrama sorusu

$$\int\left(\frac{10}{1+x^2}+5.2^x-\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

Verilen ifadeyi yeniden düzenlersek,

$$10\int\frac{dx}{1+x^2}+5\int 2^x dx-4\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$$

$$=10\arctan x+\frac{5.2^x}{\ln 2}-4\arcsin x+c$$

Cevap: $10\arctan x+\frac{5.2^x}{\ln 2}-4\arcsin x+c$

kavrama sorusu

$$\int\left(\frac{2}{x^3}+4.x^{-5}+5\right)dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

Verilen ifadeyi tekrar düzenlersek,

$$2\int\frac{dx}{x^3}+4\int x^{-5}dx+5\int dx=2\int x^{-3}dx+4\int x^{-5}dx+5\int dx$$

$$=2\frac{x^{-3+1}}{-3+1}+4\frac{x^{-5+1}}{-5+1}+5x+c=\cancel{2}\frac{x^{-2}}{-\cancel{2}}+\cancel{4}\frac{x^{-4}}{-\cancel{4}}+5x+c$$

$$=-x^{-2}-x^{-4}+5x+c$$

Cevap: $-x^{-2}-x^{-4}+5x+c$

kavrama sorusu

$$\int\left(3\sqrt{x}+2\sqrt[3]{x}\right)dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

Verilen ifadeyi tekrar düzenlersek,

$$3\int\sqrt{x}dx+2\int\sqrt[3]{x}dx=3\int x^{\frac{1}{2}}dx+2\int x^{\frac{1}{3}}dx$$

$$=3\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+2\frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1}+c=3\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+2\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}+c$$

$$=2x^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{2}x^{\frac{4}{3}}+c$$

$$=2\sqrt{x^3}+\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^4}+c$$

Cevap: $2\sqrt{x^3}+\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^4}+c$

kavrama sorusu

$$\int\left(5\sec^2 x+\frac{15}{\sqrt[5]{x^2}}\right)dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

$\sec^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

Verilen ifadeyi tekrar düzenlersek,

$$5\int\sec^2 x dx+15\int\frac{dx}{\sqrt[5]{x^2}}=5\int\frac{dx}{\cos^2 x}+15\int x^{-\frac{2}{5}}dx$$

$$=5.\tan x+15.\frac{x^{-\frac{2}{5}+1}}{-\frac{2}{5}+1}+c=5\tan x+15\frac{x^{\frac{3}{5}}}{\frac{3}{5}}+c$$

$$=5\tan x+25x^{\frac{3}{5}}+c=5\tan x+25\sqrt[5]{x^3}+c$$

Cevap: $5\tan x+25\sqrt[5]{x^3}+c$

soru 1

$$\int (x+\sqrt{x})dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+\frac{\sqrt[3]{x}}{2}+c$ B) $\frac{x^2}{2}+\frac{2\sqrt{x}}{3}+c$ C) $\frac{x^2}{2}+\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+c$

D) $\frac{x^2}{2}+\frac{\sqrt{x^3}}{2}+c$ E) $\frac{x^2}{2}+\frac{3\sqrt{x^3}}{2}+c$

soru 2

$$\int \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x|-\frac{1}{x}+c$ B) $\ln|x|-\frac{1}{2x}+c$ C) $\ln|x|-\frac{2}{3x}+c$

D) $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}+c$ E) $\frac{2}{x^2}-\frac{3}{x^3}+c$

soru 3

$$\int \left(\sqrt[3]{x^2}-\frac{1}{\cos^2 x}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5}-\tan x+c$ B) $\frac{2\sqrt[3]{x^4}}{5}-\tan x+c$

C) $\frac{2\sqrt{x^3}}{5}+\tan x+c$ D) $\frac{\sqrt{x^3}}{5}+\tan x+c$

E) $\frac{2\sqrt{x}}{5}+\cot x+c$

soru 4

$$\int \left(x\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{x^3}}{3}-\frac{1}{2\sqrt{x}}+c$ B) $\frac{\sqrt{x^3}}{3}+\frac{2}{\sqrt{x}}+c$ C) $\frac{2\sqrt{x^3}}{5}-\sqrt{x}+c$

D) $\frac{2\sqrt{x^5}}{5}-2\sqrt{x}+c$ E) $\frac{2\sqrt[3]{x^4}}{5}-2\sqrt{x}+c$

soru 5

$$\int x\left(x^3-\frac{1}{x}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^4}{4}-\ln x+c$ B) $\frac{x^4}{4}+\ln x+c$ C) $\frac{x^5}{5}-\ln x+c$

D) $\frac{x^5}{5}-x+c$ E) $\frac{x^5}{5}+x+c$

soru 6

$$\int (\sqrt{e}.e^x+2.2^x)\,dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^x+2^x+c B) $e^x+2^x.\ln 2+c$ C) $\sqrt{e}.e^x+\frac{2.2^x}{\ln 2}+c$

D) $\sqrt{e}.e^x+\frac{2^x}{\ln 2}+c$ E) $\sqrt{e}.e^x-\frac{2^x}{\ln 2}+c$

soru 7

$$\int \left(\frac{5}{2+2x^2}+1+\tan^2 x\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5}{2}\arctan x+\tan x+c$ B) $\frac{5}{2}\arctan x+\tan x-x+c$

C) $\frac{5}{2}\arctan x+\cot x+c$ D) $\frac{5}{2}\arctan x-\cot x+c$

E) $\arctan x+x+\tan x+c$

soru 8

$$\int \left(3+3\tan^2 x+\frac{6}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x+\tan x+6\arcsin x+c$ B) $3x+6\arcsin x+c$

C) $3\tan x+6\arcsin x+c$ D) $\tan x+\arctan x+c$

E) $3\tan x+6\arctan x+c$

1 – C 2 – A 3 – A 4 – D 5 – D 6 – C 7 – A 8 – C

Değişken değiştirme yöntemini integral alma kuralları örnekleri içerisinde uygulamıştık. Değişken değiştirmede, integrali alınacak ifade içerisinde hangi dönüşümleri yaptığımız çok önemlidir. Aşağıdaki tabloda bunu içeren örnekler görebilirsiniz.

kavrama çalışması

İntegral İfadesi	"u" ya atanacak ifade	"u" nun diferansiyeli "du"	Dönüşmüş İntegral	Sonuç
$\int (x^3+2x)^4.(3x^2+2)dx$	x^3+2x	$(3x^2+2)dx$	$\int u^4du$	$\frac{1}{5}u^5+c=\frac{1}{5}(x^3+2x)^5+c$
$\int \frac{3x^2}{x^3+4}dx$	x^3+4	$3x^2dx$	$\int \frac{du}{u}$	$\ln\|u\|+c=\ln\|x^3+4\|+c$
$\int e^{sinx}.cosx\,dx$	sinx	cosx dx	$\int e^u.du$	$e^u+c=e^{sinx}+c$
$\int \frac{\ln^3 x}{x}dx$	lnx	$\frac{1}{x}dx$	$\int u^3du$	$\frac{1}{4}u^4+c=\frac{1}{4}\ln^4 x+c$
$\int x^2.\sin\left(\frac{x^3}{3}+1\right)dx$	$\frac{x^3}{3}+1$	x^2dx	$\int sinudu$	$-\cos u+c=-\cos\left(\frac{x^3}{3}+1\right)+c$
$\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}dx$	sinx	cosx dx	$\int \frac{1}{1+u^2}du$	arctanu+c=arctan(sinx)+c
$\int \frac{(\arctan x)^6}{1+x^2}dx$	arctanx	$\frac{1}{1+x^2}dx$	$\int u^6du$	$\frac{1}{7}u^7+c=\frac{1}{7}(\arctan x)^7+c$
$\int 3x^2\cos(x^3)dx$	x^3	$3x^2dx$	$\int cosudu$	$sinu+c=sinx^3+c$
$\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$	arcsinx	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$	$\int udu$	$\frac{u^2}{2}+c=\frac{1}{2}(\arcsin x)^2+c$
$\int 3^{x^2+x}(2x+1)dx$	x^2+x	$(2x+1)dx$	$\int 3^udu$	$\frac{3^u}{\ln 3}+c=\frac{3^{x^2+x}}{\ln 3}+c$
$\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}dx$	tanx	$\frac{1}{\cos^2 x}dx$	$\int e^udu$	$e^u+c=e^{tanx}+c$
$\int \frac{2x}{(x^2+1)\ln(x^2+1)}dx$	$\ln(x^2+1)$	$\frac{2x}{x^2+1}dx$	$\int \frac{du}{u}$	$\ln\|u\|+c=\ln\left\|\ln\|x^2+1\|\right\|+c$
$\int 5^x\sin5^x\ln5dx$	5^x	$5^x\ln5dx$	$\int sinudu$	$-cosu+c=-cos5^x+c$

soru 1

$$\int (x^2+x).(2x+1)\,dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(x^2+x)^2}{2}+c$ B) $\frac{(x^2+x)}{2}+c$ C) $\frac{(2x+1)}{2}+c$

D) $\frac{(2x+1)^2}{2}+c$ E) $\frac{(2x+1)^2}{3}+c$

soru 2

$$\int \frac{2x-1}{x^2-x}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{3}-\frac{x^2}{2}+c$ B) x^2-x+c C) $\ln|x^2-x|+c$

D) $\ln|2x-1|+c$ E) $\frac{1}{2}\ln|2x-1|+c$

soru 3

$$\int \frac{2x}{x^2+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|2x|+c$ B) $\ln|x^2+1|+c$ C) $\ln|x^2|+c$

D) $\frac{1}{2}\ln|x^2+1|+c$ E) $\frac{1}{4}\ln|x^2+1|+c$

soru 4

$$\int e^{(x^3+1)}.3x^2dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{3x^2}+c$ B) $3x^2.e^{x^3+1}+c$ C) $e^{x^3+1}+c$

D) $\frac{1}{2}e^{x^3+1}+c$ E) $\frac{1}{3}e^{x^3+1}+c$

soru 5

$$\int f'(x).f''(x)\,dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f'(x)+c$ B) $f(x)+c$ C) $\frac{[f'(x)]^2}{2}+c$

D) $\frac{[f'(x)]^3}{3}+c$ E) $\frac{f^4(x)}{4}+c$

soru 6

$$\int \frac{\ln(x+3)}{x+3}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}\ln(x+3)+c$ B) $\frac{1}{2}\ln(x+3)+c$ C) $\ln(x+3)+c$

D) $\frac{1}{2}\ln^2(x+3)+c$ E) $\frac{1}{3}\ln^3(x+3)+c$

soru 7

$$\int \frac{3x^2dx}{(x^3-1)\ln|x^3-1|}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^3-1+c B) $3x^2+c$ C) $\ln|3x^2|+c$

D) $\ln|x^3-1|+c$ E) $\ln|\ln|x^3-1||)+c$

soru 8

$$\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arcsin x+c$ B) $\frac{1}{2}(\arcsin x)^2+c$ C) $\frac{1}{2}\arcsin x+c$

D) $\frac{1}{2}(\arccos x)+c$ E) $\frac{1}{3}(\arcsin x)^3+c$

1 – A 2 – C 3 – B 4 – C 5 – C 6 – D 7 – E 8 – B

kavrama sorusu

$$\int e^{x^2+2}.xdx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$u=x^2+2$ dönüşümü yapalım.

$u=x^2+2$ ise $du=2x.dx$ ve $x.dx=\dfrac{du}{2}$ olur.

$$\int e^{x^2+2}.xdx=\int e^u\cdot\frac{du}{2}=\frac{1}{2}\int e^u.du=\frac{1}{2}e^u+c$$

$u=x^2+2$ yerine yazıldığında,

$$\int e^{x^2+2}.xdx=\frac{1}{2}e^{x^2+2}+c$$

Cevap: $\boldsymbol{\frac{1}{2}e^{x^2+2}+c}$

kavrama sorusu

$$\int \cos(x^3+1).x^2dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$u=x^3+1$ dönüşümü yapalım.

$u=x^3+1$ ise $du=3x^2.dx$ ve $x^2.dx=\dfrac{du}{3}$

$$\int \cos(x^3+1).x^2dx=\int \cos u\frac{du}{3}=\frac{1}{3}\int \cos u.du=\frac{1}{3}\sin u+c$$

$u=x^2+1$ yerine yazıldığında,

$$\int \cos(x^3+1).x^2dx=\frac{1}{3}\sin(x^3+1)+c$$

Cevap: $\boldsymbol{\frac{1}{3}\sin(x^3+1)+c}$

kavrama sorusu

$$\int \frac{5x^2}{x^3+5}dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$u=x^3+5$ dönüşümü yapalım.

$u=x^3+5$ ise $du=3x^2dx$ ve $x^2.dx=\dfrac{du}{3}$

$$\int \frac{5x^2}{x^3+5}dx=\int \frac{5}{u}\cdot\frac{du}{3}=\frac{5}{3}\int\frac{du}{u}=\frac{5}{3}\ln|u|+c$$

$u=x^3+5$ yerine yazıldığında,

$$\int \frac{5x^2}{x^3+5}dx=\frac{5}{3}\ln\left|x^3+5\right|+c$$

Cevap: $\boldsymbol{\frac{5}{3}\ln\left|x^3+5\right|+c}$

kavrama sorusu

$$\int \tan x dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \tan xdx=\int \dfrac{\sin x}{\cos x}dx$ ifadesinde, $\cos x=u$ dönüşümü yapalım.

$\cos x=u$ ise $-\sin xdx=du$ ve $\sin xdx=-du$

$$\int \tan xdx=\int\frac{\sin x}{\cos x}dx=-\int\frac{du}{u}=-\ln|u|+c$$

$u=\cos x$ yerine yazıldığında,

$$\int \tan xdx=-\ln|\cos x|+c$$

Cevap: $\boldsymbol{-\ln|\cos x|+c}$

soru 1

$$\int 4e^{2x}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{2x}+c$ B) $2e^{2x}+c$ C) $4e^{2x}+c$ D) $6e^{2x}+c$ E) $8e^{2x}+c$

soru 2

$$\int \frac{6x+3}{x^2+x}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x^2+x|+c$ B) $2\ln|x^2+x|+c$ C) $3\ln|x^2+x|+c$ D) $4\ln|x^2+x|+c$ E) $6\ln|x^2+x|+c$

soru 3

$$\int 3^{x^2+5}.xdx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^{x^2+5}+c$ B) $3^{x^2+5}.x^2+c$ C) $3^{x^2+5}.\ln 3+c$ D) $\frac{3^{x^2+5}}{\ln 3}+c$ E) $\frac{3^{x^2+5}}{2\ln 3}+c$

soru 4

$$\int \frac{1}{x.\ln|x^2|}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\ln|x|+c$ B) $\frac{1}{2}\ln|x^2|+c$ C) $2.\ln|x^2|+c$ D) $\frac{1}{2}\ln|\ln|x^2||+c$ E) $\ln|\ln|x^2||+c$

soru 5

$$\int \cos(3x^2-4x)(3x-2)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos(3x^2-4x)+c$ B) $\frac{1}{2}\cos(3x^2-4x)+c$ C) $2\sin(3x^2-4x)+c$ D) $\sin(3x^2-4x)+c$ E) $\frac{1}{2}\sin(3x^2-4x)+c$

soru 6

$$\int \sin(e^{3x})e^{3x}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{3}\cos(e^{3x})+c$ B) $\frac{1}{3}\cos(e^{3x})+c$ C) $\frac{1}{3}\sin(e^{3x})+c$ D) $-\frac{1}{3}\sin(e^{3x})+c$ E) $-3.\cos(e^{3x})+c$

soru 7

$$\int \frac{\arctan 2x}{1+4x^2}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}(\arctan 2x)^2+c$ B) $\frac{1}{2}\arctan 2x^2+c$ C) $\frac{1}{2}\arctan 4x^2+c$ D) $\frac{1}{4}(\arctan 2x)^2+c$ E) $\frac{1}{4}\arctan 4x+c$

soru 8

$$\int \frac{\cos 3x}{1+\sin^2(3x)}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\arctan(\sin 3x)+c$ B) $\frac{1}{3}\arctan(\sin 3x)+c$ C) $-\frac{1}{3}\arctan(\sin 3x)+c$ D) $\frac{1}{3}\arctan(\cos 3x)+c$ E) $3\arctan(\cos 3x)+c$

1 – A 2 – C 3 – E 4 – D 5 – A 6 – A 7 – D 8 – B

Türevi verilen fonksiyonun asıl fonksiyonunu bulma işleminin integral olduğunu öğrenmiştik. İkinci, üçüncü vs. türevleri verilen fonksiyonların asıl fonksiyonlarınıda arka arkaya integral olarak bulabiliriz.

kavrama sorusu

$f'(x)=2x+4$ ve $f(1)=8$

olduğuna göre, f(2) kaçtır bulunuz.

çözüm

$f'(x)=2x+4$ ise $f(x)=\int(2x+4)dx=x^2+4x+c$

$f(1)=8$ ise $f(1)=1^2+4.1+c=8$ ve $c=3$ bulunur.

Buna göre, $f(x)=x^2+4x+3$ ve $f(2)=2^2+4.2+3=15$

Cevap: 15

kavrama sorusu

$f'(x)=\cos x+4$ ve $f(0)=3$

olduğuna göre, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ kaçtır bulunuz.

çözüm

$f'(x)=\cos x+4$ ise $f(x)=\int(\cos x+4)dx=\sin x+4x+c$

$f(0)=3$ ise $f(0)=\sin 0+4.0+c=3$ ve $c=3$ bulunur.

$f(x)=\sin x+4x+3$ ise $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{2}+4\cdot\frac{\pi}{2}+3=4+2\pi$

Cevap: 4+2π

kavrama sorusu

$f''(x)=6x+2$ ve $f(0)=f'(0)=2$

olduğuna göre, f(1) kaçtır bulunuz.

çözüm

$f''(x)=6x+2$ ise $f'(x)=\int(6x+2)dx=3x^2+2x+c_1$

$f'(0)=2$ ise $f'(0)=3.0^2+2.0+c_1=2$ ve $c_1=2$

$c_1=2$ ise $f'(x)=3x^2+2x+2$ dir.

Buna göre, $f'(x)=3x^2+2x+2$ ise

$f(x)=\int(3x^2+2x+2)dx=x^3+x^2+2x+c_2$

$f(0)=2 \Rightarrow f(0)=0^3+0^2+2.0+c_2=2$ ve $c_2=2$

$c_2=2$ ise $f(x)=x^3+x^2+2x+2$ ve $f(1)=1^3+1^2+2.1+2=6$

Cevap: 6

kavrama sorusu

$f''(x)=12x^2-12x+4$, $f(1)=2$ ve $f'(0)=3$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunu bulunuz.

çözüm

$f''(x)=12x^2-12x+4$ ise $f'(x)=\int(12x^2-12x+4)dx=4x^3-6x^2+4x+c_1$

$f'(0)=3$ ise $f'(0)=4.0^3-6.0^2+4.0+c_1=3$ ve $c_1=3$

$c_1=3$ ve $f'(x)=4x^3-6x^2+4x+3$

Buna göre,

$f(x)=\int f'(x)dx=\int(4x^3-6x^2+4x+3)dx=x^4-2x^3+2x^2+3x+c_2$

$f(1)=2$ ise $1^4-2.1^3+2.1^2+3.1+c_2=2$ ve $c_2=-2$

$c_2=-2$ ise $f(x)=x^4-2x^3+2x^2+3x-2$

Cevap: $x^4-2x^3+2x^2+3x-2$

soru 1

$$f'(x)=3x^2-1 \text{ ve } f(1)=5$$

olduğuna göre, f(–1) kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

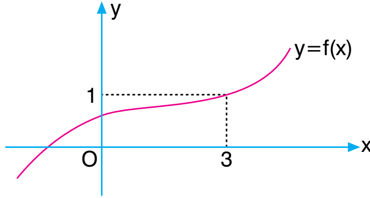
soru 2

$$f'(x)=x^3+2x \text{ ve } f(-2)=1$$

olduğuna göre, f(2) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

soru 3



Yukarıda grafiği verilen y=f(x) fonksiyonunun türevi $f'(x)=2x^2+1$ olduğuna göre, f(1) kaçtır?

A) $-\frac{55}{3}$ B) $-\frac{40}{3}$ C) $-\frac{20}{3}$ D) $-\frac{17}{3}$ E) $-\frac{11}{3}$

soru 4

$$f'(x)=1-\sin x \text{ ve } f(0)=0$$

olduğuna göre, f(π) kaçtır?

A) $\pi+2$ B) $\pi+1$ C) π D) $\pi-1$ E) $\pi-2$

soru 5

$$f'(x)=\frac{1}{x} \text{ ve } f(1)=5$$

olduğuna göre, $f(e^2)$ kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

soru 6

y=f(x) fonksiyonunun eğrisi x=1 noktasında x eksenine teğettir.

$f'(x)=x-m$ olduğuna göre, f(3) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 7

$f''(x)=6x+18$ olmak üzere, $f(1)=3$ ve $f'(1)=1$ dir.

Buna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x)=x^3+3x^2+7x+9$
B) $f(x)=x^3+6x^2+9x+18$
C) $f(x)=x^3+9x^2-20x+13$
D) $f(x)=x^3+9x^2+20x+9$
E) $f(x)=x^3-9x^2-18x-27$

soru 8

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2}=24x^2-2x \text{ olmak üzere,}$$

$$\left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=\frac{1}{2}}=1 \text{ ve } f(1)=2$$

Buna göre, f(–1) kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{11}{6}$ D) $\frac{13}{6}$ E) $\frac{17}{6}$

1 – C 2 – A 3 – A 4 – E 5 – B 6 – B 7 – C 8 – D

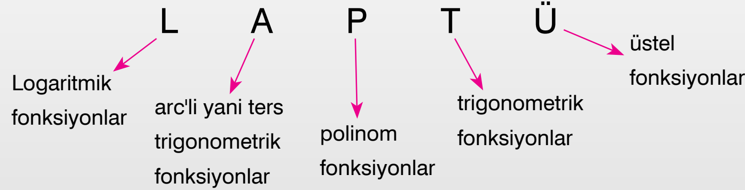
Kısmi İntegral Alma Yöntemi

Çarpım şeklinde olup, değişken değiştirme yöntemi ile çözülemeyen integrallerde kısmi integral alma yöntemi uygulanır.

$\int u.dv = u.v - \int v.du$ formülü ile integrallerin basitleştirilmesine dayalı bir yöntemdir.

Uyarı

Kısmi integrasyon yöntemi uygulanırken, integral içindeki hangi ifadeye "u" dönüşümü yapılacağı genellikle,



sıralaması gözetilerek yapılır.

İntegrali Alınacak İfade	"u" ya atanacak ifade	"dv" ye atanacak ifade	du	v	$u.v-\int v.du$
$\int x.e^x dx$	x	$e^x dx$	dx=du	$\int xdx = e^x$	$x.e^x - \int e^x dx$
$\int x.\cos x dx$	x	cosxdx	dx=du	$\int \cos x dx = \sin x$	$x.\sin x - \int \sin x dx$
$\int x.\arctan x dx$	arctanx	xdx	$\frac{1}{1+x^2}dx = du$	$\int xdx = \frac{x^2}{2}$	$\arctan x.\frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2 dx}{2(1+x^2)}$
$\int \frac{x}{\cos^2 x}dx$	x	$\frac{dx}{\cos^2 x}$	dx=du	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x$	$x.\tan x - \int \tan x dx$
$\int x.\sin x dx$	x	sinxdx	dx=du	$\int \sin x dx = -\cos x$	$-x.\cos x + \int \cos x dx$

kavrama sorusu

$$\int x \ln x dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int x \ln x dx = \int \underbrace{\ln x}_{u}\, \underbrace{xdx}_{dv}$ (u=lnx dönüşümünü LAPTÜ sıralamasında logaritma polinomdan önce geldiği için yapıldı.)

$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx$ ve $xdx = dv \Rightarrow \frac{x^2}{2} = v$

$\int u.dv = u.v - \int v.du$ bağıntısından,

$$\int x \ln x dx = \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{\cancel{x^2}}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} dx$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\int xdx = \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{4} + c$$

Cevap: $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + c$

soru 1

$$\int x \sin x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x.\sin x + \cos x + c$
B) $x.\sin x + \sin x + c$
C) $x.\cos x + \sin x + c$
D) $-x.\cos x + \sin x + c$
E) $-x.\cos x - \sin x + c$

soru 2

$$\int x^2.\ln x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + c$
B) $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{3}x^3 + c$
C) $\frac{1}{9}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + c$
D) $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{27}x^3 + c$
E) $\frac{1}{9}x^3 \ln x - \frac{1}{27}x^3 + c$

soru 3

$$\int x.e^{5x} dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x.e^{5x} - e^{5x} + c$
B) $x.e^{5x} + e^{5x} + c$
C) $x.e^{5x} - \frac{1}{5}e^{5x} + c$
D) $\frac{1}{5}x.e^{5x} - e^{5x} + c$
E) $\frac{1}{5}x.e^{5x} - \frac{1}{25}e^{5x} + c$

soru 4

$$\int x.3^x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x.3^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{(\ln 3)^2} + c$
B) $\frac{x.3^x}{(\ln 3)^2} - \frac{3^x}{\ln 3} + c$
C) $\frac{x.3^x}{\ln 3} - \frac{3^x}{\ln 3} + c$
D) $\frac{x.3^x}{\ln 3} - 3^x + c$
E) $x.3^x - 3^x + c$

soru 5

$$\int (x+1).\cos x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+1).\sin x + \cos x + c$
B) $(x+1).\cos x + \sin x + c$
C) $(x+1).\sin x - \cos x + c$
D) $(x+1).\cos x - \sin x + c$
E) $(x+1).\sin x - \sin x + c$

soru 6

$$\int x.e^{-x} dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x.e^{-x} + e^{-x} + c$
B) $x.e^{-x} - e^{-x} + c$
C) $-x.e^{-x} + e^{-x} + c$
D) $-x.e^{-x} - e^{-x} + c$
E) $x^2.e^{-x} + e^{-x} + c$

soru 7

$$\int (x+1).\sec^2 x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x - \ln|\cos x| + c$
B) $\tan x + \ln|\cos x| + c$
C) $\tan x + (x+1).\ln|\cos x| + c$
D) $(x+1).\tan x - \ln|\cos x| + c$
E) $(x+1).\tan x + \ln|\cos x| + c$

soru 8

$$\int x.\sin 3x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x.\cos 3x + \sin 3x + c$
B) $\frac{1}{3}x.\cos x + \frac{1}{9}\sin 3x + c$
C) $-\frac{1}{3}x.\cos 3x + \frac{1}{9}\sin 3x + c$
D) $-\frac{1}{9}x.\cos x - \frac{1}{9}\sin 3x + c$
E) $-\frac{1}{27}x.\cos x - \frac{1}{27}\sin 3x + c$

1 – D 2 – A 3 – E 4 – A 5 – A 6 – D 7 – E 8 – C

kavrama sorusu

$\int \ln x dx$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \underbrace{\ln x}_{u} \underbrace{dx}_{dv}$ dönüşümlerini yapalım,

$u = \ln x$ ise $du = \frac{1}{x}dx$ ve $dv = dx$ ise $x = v$

$\int u.dv = u.v - \int v.du$ bağıntısından,

$\int \ln x dx = \ln x.x - \int x \cdot \frac{1}{x} \cdot dx = x.\ln x - \int dx = x.\ln x - x + c$

***Cevap:* x.lnx−x+c**

kavrama sorusu

$\int \arctan x dx$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \underbrace{\arctan x}_{u} \underbrace{dx}_{dv}$ dönüşümlerini yapalım,

$u = \arctan x$ ise $du = \frac{1}{1+x^2}dx$ ve $dv = dx$ ise $x = v$

$\int u.dv = u.v - \int v.du$ bağıntısından,

$\int \arctan x dx = x.\arctan x - \int \frac{x}{1+x^2}dx$ (I) ifadesi elde edilir.

Şimdi de $u = 1+x^2$ dönüşümü kullanarak $\int \frac{x}{1+x^2}dx$ integralini çözelim.

$u = 1+x^2$ ise $du = 2x.dx$ ve $xdx = \frac{du}{2}$

$\int \frac{x}{1+x^2}dx = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2}\ln|u| + c = \frac{1}{2}\ln|1+x^2| + c$

elde ettiğimiz sonucu (I) integralinde yerine yazdığımızda,

$\int \arctan x dx = x.\arctan x - \frac{1}{2}\ln|1+x^2| + c$

Cevap: $x.\arctan x - \frac{1}{2}\ln|1+x^2| + c$

kavrama sorusu

$\int x^2.e^{2x}dx$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\int \underbrace{x^2}_{u}.\underbrace{e^x dx}_{dv}$ dönüşümlerini yapalım,

$u = x^2$ ise $du = 2xdx$ ve $dv = e^x dx$ ise $v = e^x$

$\int u.dv = u.v - \int v.du$ bağıntısından,

$\int x^2.e^x dx = x^2.e^x - \int e^x.2xdx$ (I) ifadesi elde edilir.

$\int x^2.2xdx$ integraline tekrar kısmi integrasyon uygulayalım.

$2\int \underbrace{x}_{u}.\underbrace{e^x dx}_{dv}$ dönüşümlerini yapalım,

$u = x$ ise $du = dx$ ve $e^x dx = dv$ ise $e^x = v$

$2\int x.e^x dx = 2\left(x.e^x - \int e^x dx\right) = 2(x.e^x - e^x) + c$

elde ettiğimiz sonucu (I) integralinde yerine yazdığımızda,

$\int x^2.e^x dx = x^2.e^x - 2(x.e^x - e^x) + c = x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + c$

Cevap: $x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + c$

soru 1

$$\int \log x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x.\log x+x+c$ B) $x.\log x-x+c$ C) $x.\log x-x.\log e+c$ D) $x.\log x-x.\log e+c$ E) $x.\log x-x^2+c$

soru 2

$$\int \ln|2x|dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x.\ln|2x|-\frac{x}{2}+c$ B) $x.\ln|2x|-x+c$ C) $x.\ln|2x|-2x+c$ D) $x.\ln|2x|-x^2+c$ E) $\ln|2x|-2x+c$

soru 3

$$\int \ln|x^2|dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x^2|-x+c$ B) $\ln|x^2|+x+c$ C) $\ln|x^2|+2x+c$ D) $x.\ln|x^2|-2x+c$ E) $2.\ln|x^2|-x+c$

soru 4

$$\int \arcsin x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x.\arcsin x+2\sqrt{1-x^2}+c$ B) $x.\arcsin x-2\sqrt{1-x^2}+c$

C) $x.\arcsin x+1\sqrt{1-x^2}+c$ D) $\arcsin x-\ln\sqrt{1-x^2}+c$

E) $\arcsin x+\ln\frac{\sqrt{1-x^2}}{2}+c$

soru 5

$$\int \arctan 2x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2.\arctan 2x-\ln|1+4x^2|+c$ B) $2x.\arctan 2x-\ln|1+4x^2|+c$

C) $x.\arctan 2x-\ln|1+4x^2|+c$ D) $x.\arctan 2x-\frac{1}{2}\ln|1+4x^2|+c$

E) $x.\arctan 2x-\frac{1}{4}\ln|1+4x^2|+c$

soru 6

$$\int x^4.\ln x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^5.\ln x-x^5+c$ B) $x^5.\ln x+x^5+c$ C) $x^5.\ln x+\frac{x^5}{25}+c$

D) $\frac{x^5.\ln x}{5}-\frac{x^5}{25}+c$ E) $\frac{x^5.\ln x}{25}-\frac{x^5}{25}+c$

soru 7

$$\int x^2.\sin x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2.\cos x+x.\sin x+\cos x+c$
B) $-x^2.\cos x+2x.\sin x+2\cos x+c$
C) $-x^2.\cos x-x.\sin x+\cos x+c$
D) $-x^2.\cos x-2x.\sin x+2\cos x+c$
E) $-x^2.\cos x-2x.\cos x+2\sin x+c$

soru 8

$$\int \text{arc}\cot x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x\text{arccot}x+\frac{1}{2}\cdot\ln(1+x^2)+c$
B) $x\text{arccot}x+\ln(1+x^2)+c$
C) $x\text{arccot}x+2.\ln(1+x^2)+c$
D) $x\text{arccot}x+x.\ln(1+x^2)+c$
E) $x\text{arccot}x+x^2.\ln(1+x^2)+c$

1 – C 2 – B 3 – D 4 – A 5 – E 6 – D 7 – B 8 – A

$\int f(x).g(x)dx$ integralinde f(x) polinom fonksiyon ve g(x) integrali kolay alınabilen bir fonksiyon ise

Örneğin; $\int x.\cos x dx$ integralinde

Türev	İntegral
(+) x	cosx
(–) 1	sinx
(+) 0	– cosx

$\int x.\cos xdx = x.\sin x + (-1).(-\cos x) + c = x.\sin x + \cos x + c$ bulunabilir. Polinom fonksiyonun sıfır olana kadar başına sırasıyla +, –, +, ... işaretleri konularak türevi alınır. Diğer fonksiyonunda sırayla integrali alınır. Türev ve integraller ok yönünde çarpılarak sonuçlar toplanır.

kavrama sorusu

$$\int x^2.e^{2x}dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

Türev	İntegral
(+) x^2	e^{2x}
(–) 2x	e^{2x} / 2
(+) 2	e^{2x} / 4
(–) 0	e^{2x} / 8

Türevler ve integraller ok yönünde çarpılıp sonuçları topladığımızda,

$$\int x^2.e^{2x}dx = \frac{x^2.e^{2x}}{2} - \frac{2x.e^{2x}}{4} + \frac{2e^{2x}}{8} + c$$

kavrama sorusu

$$\int (1+x^2).\sin 5xdx$$

integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

Türev	İntegral
(+) $1+x^2$	sin5x
(–) 2x	$-\frac{\cos 5x}{5}$
(+) 2	$-\frac{\sin 5x}{25}$
(–) 0	$\frac{\cos 5x}{125}$

Ok yönünde çarpılıp, sonuçlar toplandığında,

$$\int (1+x^2).\sin 5xdx = -\frac{(x^2+1).\cos 5x}{5} + \frac{2x.\sin 5x}{25} + \frac{2\cos 5x}{125} + c$$

kavrama sorusu

$$\int e^x.\cos xdx$$

integralinin eşitini bulunuz.

Uyarı

Bazı integral sorularında çözüm adımlarını uygularken başlangıçta sorulan integral tekrar karşınıza çıkabilir. Bu durumla ilgili verdiğimiz bu kavrama sorusunu dikkatle inceleyiniz.

çözüm

u=cosx ise du=–sinxdx ve $dv=e^x dx$ ise $v=e^x$

$\int u.dv = u.v - \int v.du$ bağıntısından,

$\int e^x.\cos xdx = e^x.\cos x + \int e^x.\sin xdx$ (I) bulunur.

$\int e^x.\sin xdx$ integraline tekrar kısmi integrasyon uygulanır.

u=sinx ise du=cosxdx ve $dv=e^x dx$ ise $v=e^x$

$= \sin x.e^x - \int e^x.\cos xdx$ sonucu (I) de yerine yazıldığında,

$$\int e^x.\cos xdx = e^x.\cos x + \sin x.e^x - \underbrace{\int e^x.\cos xdx}_{\text{sorulan integral}}$$

$$2.\int e^x.\cos xdx = e^x.\cos x + \sin x.e^x$$

$$\int e^x.\cos xdx = \frac{e^x}{2}(\cos x + \sin x.e^x) + c$$

soru 1

$\int x.e^{2x}dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x.e^{2x}}{2}-\frac{e^{2x}}{4}+c$

B) $\frac{x.e^{2x}}{2}-\frac{e^{2x}}{2}+c$

C) $x.e^{2x}-\frac{e^{2x}}{2}+c$

D) $\frac{x.e^{2x}}{5}-e^{2x}+c$

E) $x.e^{2x}-e^{2x}+c$

soru 2

$\int (x^2+2x).e^x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^x.x^2-x.e^x+c$

B) $e^x.x^2-2.e^x+c$

C) $e^x.x^2-e^x+c$

D) $e^x.x^2+e^x+c$

E) $e^x.x^2+c$

soru 3

$\int (x^2+x+1).e^x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^x(x^2+x)+c$

B) $e^x(x^2+x-1)+c$

C) $e^x(x^2+x+1)+c$

D) $e^x(x^2+x+2)+c$

E) $e^x(x^2-x+2)+c$

soru 4

$\int 5x^2.\cos x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-5x^2.\sin x+5x.\cos x+10\sin x+c$

B) $5x^2.\sin x+10x.\cos x-10\sin x+c$

C) $-5x^2.\sin x+x.\cos x+\sin x+c$

D) $5x^2.\sin x+5.\cos x+10\sin x+c$

E) $5x^2.\sin x-5.\cos x+10\sin x+c$

soru 5

$\int x^3.\sin x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-x^3.\cos x+3x^2.\sin x+6x.\cos x-6\sin x+c$

B) $x^3.\cos x-3x^2.\sin x-6x.\cos x-6\sin x+c$

C) $-x^3.\cos x+3x^2.\sin x-6x.\cos x-6\sin x+c$

D) $x^3.\cos x+3x^2.\sin x+6x.\cos x-6\sin x+c$

E) $-x^3.\cos x+3x^2.\sin x+6x.\cos x-6\sin x+c$

soru 6

$\int x^2.2^x.dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2.2^x}{\ln 2}-\frac{2x.2^x}{(\ln 2)^2}+\frac{2.2^x}{(\ln 2)^3}+c$

B) $\frac{x^2.2^x}{\ln 2}-\frac{2^x}{(\ln 2)^2}+\frac{2^x}{(\ln 2)^3}+c$

C) $x.2^x-\frac{2^x.x}{\ln 2}+\frac{2^x}{(\ln 2)^2}+c$

D) $x.2^x+\frac{2^x}{\ln 2}-\frac{2^x}{(\ln 2)^2}+c$

E) $x.2^x-\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{2.2^x}{(\ln 2)^2}+c$

soru 7

$f(x)=\int 2x^2.e^x dx$ olmak üzere, $f(0)=0$ dır.

Buna göre, f(1) kaçtır?

A) $-e$

B) $-2e$

C) $3e-4$

D) $2e-4$

E) $5e-4$

soru 8

$\int e^x.\sin x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}e^x(\sin x+\cos x)+c$

B) $\frac{1}{2}e^x(\sin x-\cos x)+c$

C) $\frac{1}{2}e^x(\cos x-\sin x)+c$

D) $e^x(\sin x+\cos x)+c$

E) $e^x(\sin x-\cos x)+c$

1 – A　2 – B　3 – C　4 – D　5 – A　6 – A　7 – D　8 – B

Rasyonel (Kesirli) fonksiyonların integralini alma

P(x) ve Q(x) polinom fonksiyonlar olmak üzere, $\frac{P(x)}{Q(x)}$ biçimindeki fonksiyonlara rasyonel fonksiyon denir. Rasyonel fonksiyonlarda payın derecesi paydanın derecesinden büyük veya eşit ise paydaki fonksiyon, paydaya bölünerek integral alınır.

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ \hline - \quad & B(x) \\ \hline K(x) & \end{array} \Rightarrow P(x)=B(x)+\frac{K(x)}{Q(x)}$$ şeklinde yazılıp integral alınır.

kavrama sorusu

$\int \frac{x+1}{x-1}dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

Pay ve paydanın dereceleri eşit olduğundan pay, paydaya bölünür.

$$\begin{array}{r|l} x+1 & x-1 \\ \hline -\ x-1 & 1 \\ \hline 2 & \end{array} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1}=1+\frac{2}{x-1}$$

$$\int \frac{x+1}{x-1}dx=\int\left(1+\frac{2}{x+1}\right)dx=\int dx+2\underbrace{\int\frac{dx}{x+1}}=x+2\ln|x+1|+c$$

değişken dönüşümü ile hesaplanır.

***Cevap:* $x+2\ln|x+1|+c$**

kavrama sorusu

$\int \frac{2x-1}{x+1}dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

Pay ve paydanın dereceleri eşit olduğundan pay, paydaya bölünür.

$$\begin{array}{r|l} 2x-1 & x+1 \\ \hline -\ 2x+2 & 2 \\ \hline -3 & \end{array} \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1}=2-\frac{3}{x+1}$$

$$\int \frac{2x-1}{x+1}dx=\int\left(2-\frac{3}{x+1}\right)dx=2\int dx-3\underbrace{\int\frac{dx}{x+1}}=2x-3\ln|x+1|+c$$

değişken dönüşümü ile hesaplanır.

***Cevap:* $2x-3\ln|x+1|+c$**

kavrama sorusu

$\int \frac{x^2+1}{x-1}dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

Payın derecesi paydanın derecesinden büyük olduğu için pay, paydaya bölünür.

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x-1 \\ \hline -\ x^2-x & x+1 \\ \hline x+1 & \\ -\ x-1 & \\ \hline 2 & \end{array} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x-1}=x+1+\frac{2}{x-1}$$

$$\int \frac{x^2+1}{x-1}dx=\int\left(x+1+\frac{2}{x-1}\right)dx$$

$$=\int x\,dx+\int 1dx+2\underbrace{\int\frac{dx}{x-1}}=\frac{1}{2}x^2+x+2\ln|x-1|+c$$

değişken dönüşümü ile hesaplanır.

***Cevap:* $\frac{1}{2}x^2+x+2\ln|x-1|+c$**

soru 1

$$\int \frac{x-1}{x+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+\ln|x+1|+c$
B) $x-\ln|x+1|+c$
C) $x-2\ln|x+1|+c$
D) $x+2\ln|x+1|+c$
E) $x^2-2\ln|x+1|+c$

soru 2

$$\int \frac{3x+1}{x+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x-2\ln|x+1|+c$
B) $3x+2\ln|x+1|+c$
C) $3x-\ln|x+1|+c$
D) $3x+\ln|x+1|+c$
E) $x-2\ln|x+1|+c$

soru 3

$$\int \frac{5x-1}{x+2}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-\ln|x+2|+c$
B) $x+\ln|x+2|+c$
C) $5x-\ln|x+2|+c$
D) $5x-11\ln|x+2|+c$
E) $5x+11\ln|x+2|+c$

soru 4

$$\int \frac{x^2+1}{x+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{2}-x+2\ln|x+1|+c$
B) $x^2+x+2\ln|x+1|+c$
C) $x^2+x+\ln|x+1|+c$
D) $\frac{x^2}{2}+2\ln|x+1|+c$
E) $\frac{x^2}{2}-2\ln|x+1|+c$

soru 5

$$\int \frac{x^2-1}{x^2+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x+\arctan x+c$
B) $x-\arctan x+c$
C) $2x-\arctan x+c$
D) $2x+\arctan x+c$
E) $x-2\arctan x+c$

soru 6

$$\int \frac{x^2+4}{x^2+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x-\arctan x+c$
B) $x+\arctan x+c$
C) $x-\arctan x+c$
D) $x-3\arctan x+c$
E) $x+3\arctan x+c$

KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

soru 7

$$\int \frac{2x^3+1}{x+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3-x^2+2x-\ln|x+1|+c$
B) $\frac{2x^3}{3}-x^2+2x-\ln|x+1|+c$
C) $\frac{2x^3}{3}-2x^2+2x+\ln|x+1|+c$
D) $\frac{x^3}{3}-x^2+x-\ln|x+1|+c$
E) $\frac{x^3}{3}+2x^2-x-\ln|x+1|+c$

soru 8

$$\int \frac{x^4+2x-1}{x^2+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^3}{3}-2\ln|x^2+1|+c$
B) $\frac{x^3}{3}-\ln|x^2+1|+c$
C) $\frac{x^3}{3}-x+\ln|x^2+1|+c$
D) $\frac{x^3}{3}-x+2\ln|x^2+1|+c$
E) $\frac{x^3}{3}+3\ln|x^2+1|+c$

1 – C   2 – A   3 – D   4 – A   5 – E   6 – E   7 – B   8 – C

Rasyonel fonksiyonlarda payın derecesinin, paydanın derecesinden küçük olduğu durumlarda eğer değişken değiştirme işlemi yapılabiliyorsa değişken değiştirme ile çözüme gidilir.

kavrama sorusu

$\int \frac{2x}{x^2+10}dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$u=x^2+10$ ise $du=2xdx$

$\int \frac{2x}{x^2+10}dx=\int \frac{du}{u}=\ln|u|+c$ ve $u=x^2+10$ yerine yazıldığında,

$\int \frac{2x}{x^2+10}dx=\ln|x^2+10|+c$

Cevap: $\ln|x^2+10|+c$

kavrama sorusu

$\int \frac{x^2+1}{x^3+3x}dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$u=x^3+3x$ ise $du=(3x^2+3)dx$ ve $\frac{du}{3}=(x^2+1)dx$

$\int \frac{x^2+1}{x^3+3x}dx=\frac{1}{3}\int \frac{du}{u}=\frac{1}{3}\ln|u|+c$ ve $u=x^2+3x$ yerine yazıldığında,

$\int \frac{x^2+1}{x^3+3x}dx=\frac{1}{3}\ln|x^2+3x|+c$

Cevap: $\frac{1}{3}\ln|x^2+3x|+c$

Paydanın derecesi payın derecesinden büyük olan rasyonel fonksiyonlarda değişken değiştirme metodu uygulanamıyor ve payda çarpanlarına ayrılabiliyorsa "basit kesirlere ayırma" yöntemi ile integral alınır. Basit kesirlere ayırma işlemi rasyonel ifadeyi iki ifadenin toplamı veya farkı biçimine dönüştürmektir. Örneğin; $\frac{x+1}{x^2-4}$ ifadesini basit kesirlerine ayıralım,

$\frac{x+1}{x^2-4}=\frac{x+1}{(x-2)(x+2)}=\underset{(x+2)}{\frac{A}{x-2}}+\underset{(x-2)}{\frac{B}{x+2}}\Rightarrow x+1=A(x+2)+B(x-2)$ polinom eşitliğinden $A=\frac{3}{4}$ ve $B=\frac{1}{4}$ bulunur.

$\frac{x+1}{x^2-4}=\frac{3}{4(x-2)}+\frac{1}{4(x+2)}$ biçiminde yazılabilir.

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{x^2-1}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\frac{1}{x^2-1}$ ifadesini basit kesirlere ayıralım,

$\frac{1}{x^2-1}=\underset{(x+1)}{\frac{A}{x-1}}+\underset{(x-1)}{\frac{B}{x+1}}\Rightarrow 1=A(x+1)+B(x-1)$

$A=\frac{1}{2}$ ve $B=-\frac{1}{2}$ bulunur. Buna göre, $\frac{1}{x^2-1}=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{x-1}+\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)}{x+1}$

$\int \frac{dx}{x^2-1}=\int \frac{\left(\frac{1}{2}\right)dx}{x-1}+\int \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)dx}{x+1}=\frac{1}{2}\int \frac{dx}{x-1}-\frac{1}{2}\int \frac{dx}{x+1}$

$=\frac{1}{2}\ln|x-1|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+c=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+c$

Cevap: $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+c$

kavrama sorusu

$\int \frac{x+4}{x^2+5x+6}dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\frac{x+4}{x^2+5x+6}$ ifadesini basit kesirlerine ayıralım,

$\frac{x+4}{(x+2).(x+3)}=\underset{(x+3)}{\frac{A}{x+2}}+\underset{(x+2)}{\frac{B}{x+3}}\Rightarrow x+4=A(x+3)+B(x+2)$

$A=2$ ve $B=-1$ bulunur. Buna göre, $\frac{x+4}{x^2+5x+6}=\frac{2}{x+2}+\frac{-1}{x+3}$

$\int \frac{x+4}{x^2+5x+6}dx=\int \frac{2}{x+2}dx+\int \frac{-1}{x+3}dx=2\int \frac{1}{x+2}dx-\int \frac{1}{x+3}dx$

$=2.\ln|x+2|-\ln|x+3|+c$

Cevap: $2.\ln|x+2|-\ln|x+3|+c$

soru 1

$$\int \frac{4x}{2x^2+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\ln|2x^2+1|+c$

B) $2\ln|2x^2+1|+c$

C) $\ln|2x^2+1|+c$

D) $\frac{1}{2}\ln|2x^2+1|+c$

E) $\frac{1}{4}\ln|2x^2+1|+c$

soru 2

$$\int \frac{6x-1}{3x^2-x+1}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|3x-1|+c$

B) $\ln|3x+1|+c$

C) $\ln|6x-1|+c$

D) $\ln|3x^2-x+1|+c$

E) $\ln|3x^2-x+1|-\ln|6x-1|+c$

soru 3

$$\int \frac{2x+3}{2x^2+6x+10}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\ln|2x^2+6x+10|+c$

B) $\ln|2x^2+6x+10|+c$

C) $2\ln|2x^2+6x+10|+c$

D) $\ln|2x+3|+c$

E) $\frac{1}{2}\ln|2x+3|+c$

soru 4

$$\int \frac{x^2}{x^3+7}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3\ln|x^3+7|+c$

B) $2\ln|x^3+7|+c$

C) $\ln|x^3+7|+c$

D) $\frac{1}{3}\ln|x^3+7|+c$

E) $\frac{1}{9}\ln|x^3+7|+c$

soru 5

$$\int \frac{dx}{x.(x+1)}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x|+\ln|x+1|+c$

B) $\ln|x|-\ln|x+1|+c$

C) $\ln|x+1|-\ln|x|+c$

D) $\frac{1}{2}\ln|x|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+c$

E) $\frac{1}{2}\ln|x.(x+1)|+c$

soru 6

$$\int \frac{dx}{x^2+9x+20}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x+4|-2\ln|x+5|+c$

B) $2\ln|x+4|+\ln|x+5|+c$

C) $\ln|(x+5).(x+4)|+c$

D) $\ln\left|\frac{x+5}{x+4}\right|+c$

E) $\ln\left|\frac{x+4}{x+5}\right|+c$

soru 7

$$\int \frac{dx}{x^2-7x+12}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x-4|+c$

B) $\ln|x-3|+c$

C) $\ln\left|\frac{x-4}{x-3}\right|+c$

D) $\ln\left|\frac{x-3}{x-4}\right|+c$

E) $\ln|x^2-7x+12|+c$

soru 8

$$\int \frac{dx}{x^2-8x+15}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-3}{x-5}\right|+c$

B) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x-5}\right|+c$

C) $\ln\left|\frac{x-3}{x-5}\right|+c$

D) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-5}{x-3}\right|+c$

E) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-5}{x-3}\right|+c$

1 – C   2 – D   3 – A   4 – D   5 – B   6 – E   7 – C   8 – D

Rasyonel fonksiyonların integralinde paydanın derecesi payın derecesinden daha büyük ve paydanın kökleri yok ise, paydanın bir kısmı tam kare yapılarak, $\int \frac{dx}{1+x^2}$ integraline dönüştürülüp çözüme ulaşılır.

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{x^2-2x+2}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

x^2-2x+2 ifadesinde $\Delta<0$ dır. Yani paydanın kökleri yoktur.

$x^2-2x+2=(x^2-2x+1)+1=(x-1)^2+1$

$$\int \frac{dx}{x^2-2x+2}=\underbrace{\int \frac{dx}{1+(x-1)^2}}_{\text{değişken dönüşümü yapılarak}}=\arctan(x-1)+c \text{ bulunur.}$$

Cevap: arctan(x−1)+c

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

x^2+4x+5 ifadesinde $\Delta<0$ dır. Yani paydanın kökleri yoktur.

$x^2+4x+5=(x^2+4x+4)+1=(x+2)^2+1$

$$\int \frac{dx}{x^2+4x+5}=\underbrace{\int \frac{dx}{1+(x+2)^2}}_{\text{değişken dönüşümü yapılarak}}=\arctan(x+2)+c \text{ bulunur.}$$

Cevap: arctan(x+2)+c

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{4x^2-4x+2}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$4x^2-4x+2$ ifadesinde $\Delta<0$ dır. Yani paydanın kökleri yoktur.

$4x^2-4x+2=(4x^2-4x+1)+1=(2x-1)^2+1$

$\int \frac{dx}{1+(2x-1)^2}$ integralinde $u=2x-1$ ise $du=2dx$

$$\int \frac{dx}{1+(2x-1)^2}=\frac{1}{2}\int \frac{du}{1+u^2}=\frac{1}{2}\arctan u+c=\frac{1}{2}\arctan(2x-1)+c$$

Buna göre, $\int \frac{dx}{4x^2-4x+2}=\frac{1}{2}\arctan(2x-1)+c$ bulunur.

Cevap: $\frac{1}{2}\arctan(2x-1)+c$

kavrama sorusu

$\int \frac{dx}{25x^2-10x+10}$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$25x^2-10x+10$ ifadesinde $\Delta<0$ dır. Yani paydanın kökleri yoktur.

$25x^2-10x+10=(25x^2-10x+1)+9=(5x-1)^2+9$

$$\int \frac{dx}{9+(5x-1)^2}=\int \frac{dx}{9\left(1+\frac{(5x-1)^2}{9}\right)}=\frac{1}{9}\int \frac{dx}{1+\left(\frac{5x-1}{3}\right)^2}$$

$u=\frac{5x-1}{3} \Rightarrow du=\frac{5}{3}dx$ ise $dx=\frac{3}{5}du$

$$\frac{1}{9}\int \frac{dx}{1+\left(\frac{5x-1}{3}\right)^2}=\frac{1}{9}\cdot\frac{3}{5}\int \frac{du}{1+u^2}=\frac{1}{15}\arctan u+c$$

$$=\frac{1}{15}\arctan\left(\frac{5x-1}{3}\right)+c$$

Buna göre, $\int \frac{dx}{25x^2-10x+10}=\frac{1}{15}\arctan\left(\frac{5x-1}{3}\right)+c$ bulunur.

Cevap: $\frac{1}{15}\arctan\left(\frac{5x-1}{3}\right)+c$

soru 1

$$\int \frac{dx}{x^2+2x+2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan(x+2)+c$
B) $\arctan(x+1)+c$
C) $2\arctan(x+1)+c$
D) $\frac{1}{2}\arctan(x+1)+c$
E) $\arctan(x-1)+c$

soru 2

$$\int \frac{dx}{x^2-8x+17}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\arctan(x+4)+c$
B) $\arctan(x+4)+c$
C) $4\arctan(x-4)+c$
D) $2\arctan(x-4)+c$
E) $\arctan(x-4)+c$

soru 3

$$\int \frac{dx}{x^2+10x+26}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan(x+5)+c$
B) $5\arctan(x+5)+c$
C) $\frac{1}{5}\arctan(x+5)+c$
D) $\arctan(x-5)+c$
E) $5\arctan(x-5)+c$

soru 4

$$\int \frac{dx}{4x\ \ +4x+2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\arctan(2x+1)+c$
B) $2\arctan(2x+1)+c$
C) $\frac{1}{2}\arctan(2x+1)+c$
D) $\frac{1}{4}\arctan(2x+1)+c$
E) $\frac{1}{8}\arctan(2x+1)+c$

soru 5

$$\int \frac{dx}{9x^2-6x+10}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{9}\arctan\frac{(3x-1)}{3}+c$
B) $\frac{1}{3}\arctan\frac{(3x-1)}{3}+c$
C) $\arctan\frac{(3x-1)}{3}+c$
D) $3.\arctan\frac{(3x-1)}{3}+c$
E) $9.\arctan\frac{(3x-1)}{3}+c$

soru 6

$$\int \frac{dx}{\frac{x^2}{4}-x+2}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\arctan\left(\frac{x}{2}-1\right)+c$
B) $2\arctan\left(\frac{x}{2}-1\right)+c$
C) $\arctan\left(\frac{x}{2}-1\right)+c$
D) $\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}-1\right)+c$
E) $\frac{1}{4}\arctan\left(\frac{x}{2}-1\right)+c$

soru 7

$$\int \frac{dx}{x^2+6x+13}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan(x+3)+c$
B) $\arctan\left(\frac{x+3}{2}\right)+c$
C) $\frac{1}{3}\arctan(x+3)+c$
D) $\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x+3}{2}\right)+c$
E) $\frac{1}{3}\arctan\left(\frac{x+3}{3}\right)+c$

soru 8

$$\int \frac{dx}{16x^2-4x+26}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan\left(\frac{4x-1}{5}\right)+c$
B) $\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{4x-1}{5}\right)+c$
C) $\frac{1}{4}\arctan\left(\frac{4x-1}{5}\right)+c$
D) $\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{4x-1}{5}\right)+c$
E) $\frac{1}{20}\arctan\left(\frac{4x-1}{5}\right)+c$

1 – B 2 – B 3 – C 4 – D 5 – A 6 – B 7 – D 8 – E

Trigonometrik özdeşliklerden yararlanarak integral alma

İntegrali alınacak ifade içerisinde trigonometrik fonksiyonlar bulunan integralleri, trigonometrik özdeşlikler kullanarak çözebiliriz. Bu özdeşliklerden bazıları;

- $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$
- $\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$
- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$
- $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$
- $\cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$
- $\text{cosec}\, x = \dfrac{1}{\sin x}$
- $\tan x . \cot x = 1$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- $\sin 2x = 2\sin x . \cos x$

kavrama sorusu

$\int (\sin^2 4x + \cos^2 4x)dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\sin^2 4x + \cos^2 4x = 1$ olduğundan,

$\int (\sin^2 4x + \cos^2 4x)dx = \int 1.dx = x + c$ dir.

Cevap: x+c

kavrama sorusu

$\int 2\tan x . \cot x dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\tan x . \cot x = 1$ olduğundan,

$\int 2\tan x . \cot x dx = \int 2.dx = 2x + c$ dir.

Cevap: 2x+c

kavrama sorusu

$\int \dfrac{\sin 2x}{\sin x} dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\sin 2x = 2.\sin x.\cos x$ olduğundan,

$\int \dfrac{\sin 2x}{\sin x} dx = \int \dfrac{2.\cancel{\sin x}.\cos x}{\cancel{\sin x}} dx = 2\int \cos x dx = 2\sin x + c$ dir.

Cevap: 2sinx+c

kavrama sorusu

$\int \sin x . \cos x dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\sin 2x = 2\sin x \cos x$ ise $\sin x . \cos x = \dfrac{\sin 2x}{2}$ dir.

$\int \sin x \cos x dx = \dfrac{1}{2}\int \sin 2x dx = \dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{2}.\cos 2x\right) + c$

$= -\dfrac{1}{4}\cos 2x + c$ dir.

Cevap: $-\dfrac{1}{4}\cos 2x + c$

soru 1

$$\int (2\sin^2x+2\cos^2x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x+c$ B) x^2+c C) $2x^2+c$ D) $\sin2x+c$ E) $\cos2x+c$

soru 2

$$\int (3+\sin^2x+\cos^2x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^4+c B) $2x^2+c$ C) x^2+c D) $2x+c$ E) $4x+c$

soru 3

$$\int \frac{\tan x.\cos x}{\sin x}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) x^2+c B) $x+c$ C) $\sin x+c$ D) $\cos x+c$ E) $\tan x+c$

soru 4

$$\int (\sec^2x-1).(\mathrm{cosec}^2x-1)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

($\sec x=\frac{1}{\cos x}$ ve $\mathrm{cosec}x=\frac{1}{\sin x}$)

A) $\sec^2x+c$ B) cosec^2x+c C) $\sin x+c$ D) $x+\cos x+c$ E) $x+c$

soru 5

$$\int 4\sin x.\cos x.dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\cos2x+c$ B) $\cos2x+c$ C) $-\cos2x+c$ D) $-2\cos2x+c$ E) $-4\cos2x+c$

soru 6

$$\int \sin2x.\mathrm{cosec}x.dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin x+c$ B) $\cos x+c$ C) $-\cos x+c$ D) $2\sin x+c$ E) $2\cos x+c$

KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

soru 7

$$\int \sin2x.\cos2x.dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\cos2x+c$ B) $\frac{1}{4}\cos2x+c$ C) $-\frac{1}{2}\cos2x+c$ D) $-\frac{1}{4}\cos4x+c$ E) $-\frac{1}{8}\cos4x+c$

soru 8

$$\int \cot x.\sin x.dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin x+c$ B) $\cos x+c$ C) $\sin^2x+c$ D) $\sin2x+c$ E) $\cos2x+c$

1 – A 2 – E 3 – C 4 – E 5 – C 6 – D 7 – E 8 – A

kavrama sorusu

$\int \frac{\cos 2x+1}{\cos x}dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\cos 2x=2\cos^2 x-1$ eşitliğini kullanalım.

$$\int \frac{\cos 2x+1}{\cos x}dx=\int \frac{2\cos^2 x-1+1}{\cos x}dx=\int \frac{2\cos^2 x}{\cos x}dx=2.\int \cos x dx$$

$=2\sin x+c$ bulunur.

Cevap: 2sinx+c

kavrama sorusu

$\int \frac{\cos 2x}{\cos x+\sin x}dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$ eşitliğini kullanalım.

$$\int \frac{\cos 2x}{\cos x+\sin x}dx=\int \frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos x+\sin x}dx$$

$$=\int \frac{(\cos x-\sin x).(\cos x+\sin x)}{\cos x+\sin x}dx$$

$=\int(\cos x-\sin x)dx=\sin x+\cos x+c$ bulunur.

Cevap: sinx+cosx+c

kavrama sorusu

$\int \sin^2 x dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\cos 2x=1-2\sin^2 x$ ise $\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$

$$\int \frac{(1-\cos 2x)}{2}dx=\frac{1}{2}\left(\int(1-\cos 2x)dx\right)=\frac{1}{2}\left(\int 1dx-\int \cos 2x dx\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)+c=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x+c$$

Cevap: $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x+c$

kavrama sorusu

$\int \cos^2 x dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\cos 2x=2\cos^2 x-1$ ise $\cos^2 x=\frac{\cos 2x+1}{2}$

$$\int \cos^2 x dx=\int \frac{(\cos 2x+1)}{2}dx=\frac{1}{2}\int(\cos 2x+1)dx$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+x\right)+c=\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{2}x+c$$

Cevap: $\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{2}x+c$

soru 1

$$\int \frac{1-\cos 2x}{\sin x}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2\cos x+c$ B) $-2\sin x+c$ C) $2\sin x+c$ D) $2\cos x+c$ E) $\sin 2x+c$

soru 2

$$\int (\sin^2 x-\cos^2 x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos 2x+c$ B) $\sin 2x+c$ C) $-\cos 2x+c$ D) $-\frac{\cos 2x}{2}+c$ E) $-\frac{\sin 2x}{2}+c$

soru 3

$$\int \frac{\sin 4x}{1-2\sin^2 x}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\cos 2x}{2}+c$ B) $-\cos 2x+c$ C) $\cos 2x+c$ D) $-\sin 2x+c$ E) $\sin 2x+c$

soru 4

$$\int (4-8\sin^2 x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin 2x+c$ B) $\cos 2x+c$ C) $2\sin 2x+c$ D) $4\sin 2x+c$ E) $4\cos 2x+c$

soru 5

$$\int (1-\cos^2 x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}+c$ B) $\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}+c$ C) $\frac{x}{4}-\frac{\sin 2x}{4}+c$ D) $\frac{x}{4}-\frac{\sin 2x}{2}+c$ E) $x-\frac{\sin 2x}{4}+c$

soru 6

$$\int (1+\cos 4x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin 4x}{8}+x+c$ B) $\frac{\sin 4x}{16}+\frac{x}{4}+c$ C) $\frac{\sin 4x}{4}+x+c$ D) $\frac{\cos 4x}{8}+\frac{x}{2}+c$ E) $\frac{\cos 4x}{4}+\frac{x}{2}+c$

soru 7

$$\int \frac{dx}{1+\cos 2x}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\cot x+c$ B) $\cot x+c$ C) $\tan x+c$ D) $\frac{1}{2}\tan x+c$ E) $\frac{1}{4}\tan x+c$

soru 8

$$\int \frac{\cos x}{\sqrt{2\cos^2 x-\cos 2x}}dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x+c$ B) $\sin x+c$ C) $\sin 2x+c$ D) $\cos 2x+c$ E) $\sin 4x+c$

1 – A 2 – B 3 – B 4 – D 5 – A 6 – B 7 – D 8 – B

$\int \sin^m x.\cos^n x.dx$ (m,n∈N) biçimindeki integraller

Sinüs ve Kosinüs fonksiyonlarının kuvvetlerinin çarpımının integralleri alınırken, izlenecek genel yöntem kuvveti çift olana u ataması yaparak değişken değiştirme yöntemini kullanmaktır. Kuvvetlerin her ikisinin de tek olduğu durumda kuvveti küçük olan parçalanarak integral alınır.

Kuvvetlerin her ikisinin de çift olduğu durumlarda $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$ veya $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$ eşitlikleri kullanılır.

kavrama sorusu

$\int \sin^3 x.\cos x.dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

u=sinx ⇒ du=cosx.dx dönüşümü yapılır.

$\int u^3.du = \frac{u^4}{4} + c$, u=sinx yerine yazıldığında

$\int \sin^3 x.\cos x.dx = \frac{\sin^4 x}{4} + c$ dir.

Cevap: $\frac{\sin^4 x}{4} + c$

kavrama sorusu

$\int \sin^4 x.\cos^3 x.dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

Kuvveti çift olan sinx olduğu için, u=sinx ise du=cosxdx

$\int \sin^4 x.\cos^2 x.\cos x.dx = \int \sin^4 x(1-\sin^2 x)\cos x dx$

$= \int (\sin^4 x - \sin^6 x).\cos x.dx = \int (u^4 - u^6)du$

$= \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + c = \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$ dir.

Cevap: $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$

kavrama sorusu

$\int \sin^5 x.\cos^3 x.dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

Kuvvetlerin ikisi de tek olduğundan derecesi küçük olan $\cos^3 x$ parçalayalım,

$\int \sin^5 x \cos^2 x \cos x dx = \int \sin^5 x(1-\sin^2 x)\cos x dx$

$= \int (\sin^5 x - \sin^7 x)\cos x dx$

u=sinx ise du=cosxdx

$\int (u^5 - u^7).du = \frac{u^6}{6} - \frac{u^8}{8} + c$

$= \frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^8 x}{8} + c$ dir.

Cevap: $\frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^8 x}{8} + c$

kavrama sorusu

$\int \cos^4 x.dx$ integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$

$\int (\cos^2 x)^2 dx = \int \left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2 dx = \frac{1}{4}\int (1+\cos 2x)^2 dx$

$= \frac{1}{4}\int (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x)dx$

$= \frac{1}{4}\int \left(1 + 2\cos 2x + \frac{1+\cos 4x}{2}\right)dx$

$= \frac{1}{4}\left(\int dx + 2\int \cos 2x.dx + \frac{1}{2}\int (1+\cos 4x).dx\right)$

$= \frac{1}{4}\left(x + \sin 2x + \frac{1}{2}\left(x + \frac{\sin 4x}{4}\right)\right) + c$

$= \frac{x}{4} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{\sin 4x}{16} + c$

Cevap: $\frac{x}{4} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{\sin 4x}{16} + c$

soru 1

$\int \sin^2 x.\cos x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin^3 x + c$

B) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$

C) $\cos^3 x + c$

D) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$

E) $\frac{\cos^3 x}{9} + c$

soru 2

$\int \cos^3 x.\sin x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\cos^4 x}{4} + c$

B) $\frac{\cos^4 x}{4} + c$

C) $\frac{\sin^4 x}{4} + c$

D) $-\frac{\sin^4 x}{4} + c$

E) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$

soru 3

$\int \sin^5 x.\cos x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos^6 x + c$

B) $-\frac{\cos^6 x}{6}$

C) $\frac{\cos^6 x}{6} + c$

D) $-\frac{\sin^6 x}{6} + c$

E) $\frac{\sin^6 x}{6} + c$

soru 4

$\int \sin^2 x.\cos^3 x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^4 x}{4} + c$

B) $\frac{\sin^2 x}{2} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$

C) $\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^5 x}{5} + c$

D) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + c$

E) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^6 x}{6} + c$

soru 5

$\int \sin^3 x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x + \cos^3 x + c$

B) $\cos x - \cos^3 x + c$

C) $\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + c$

D) $-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + c$

E) $-\cos x - \frac{\cos^3 x}{3} + c$

soru 6

$\int \sin^3 x.\cos^5 x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^6 x}{6} + c$

B) $\frac{\cos^8 x}{8} + \frac{\cos^6 x}{6} + c$

C) $\frac{\cos^6 x}{6} - \frac{\cos^4 x}{4} + c$

D) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{4} + c$

E) $\frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^4 x}{4} + c$

KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

soru 7

$\int \sin^2 x.\cos^2 x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{8} + c$

B) $\frac{x}{8} + \frac{\sin 4x}{16} + c$

C) $\frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{16} + c$

D) $\frac{x}{8} - \frac{\sin^4 x}{32} + c$

E) $\frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{32} + c$

soru 8

$\int \cos^2 5x.\sin 5x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\cos^3 5x}{15} + c$

B) $-\frac{\cos^3 5x}{15} + c$

C) $\frac{\sin^3 5x}{15} + c$

D) $-\frac{\sin^3 5x}{15} + c$

E) $\frac{\cos^3 5x}{5} + c$

1 – B 2 – A 3 – E 4 – D 5 – D 6 – A 7 – E 8 – B

$\int$sinax.cosbx.dx, $\int$sinax.sinbx.dx, $\int$cosax.cosbx.dx biçimindeki integraller

Bu tip integrallerin çözümü aşağıdaki ters dönüşüm formülleri kullanılarak yapılır.

- $\sin a.\sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b)-\cos(a+b)]$
- $\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a-b)+\sin(a+b)]$
- $\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b)+\cos(a+b)]$

kavrama sorusu

$\int$sin2x.sin4x.dx integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\sin 2x.\sin 4x = \frac{1}{2}[\cos 2x - \cos 6x]$ (Ters dönüşüm formülünden)

$\frac{1}{2}\int[\cos 2x - \cos 6x]dx = \frac{1}{2}\left[\int \cos 2x.dx - \int \cos 6x.dx\right]$

u=2x ve u=6x dönüşümleri yapıldığında,

$= \frac{1}{2}\left(\frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 6x}{6}\right) + c = \frac{\sin 2x}{4} - \frac{\sin 6x}{12} + c$

Cevap: $\frac{\sin 2x}{4} - \frac{\sin 6x}{12} + c$

kavrama sorusu

$\int$sin3x.cosx.dx integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\sin 3x.\cos x = \frac{1}{2}[\sin 2x + \sin 4x]$ (Ters dönüşüm formülünden)

$\frac{1}{2}\int[\sin 2x + \sin 4x]dx = \frac{1}{2}\left[\int \sin 2x.dx + \int \sin 4x.dx\right]$

u=2x ve u=4x dönüşümleri yapıldığında,

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos 4x}{4}\right) + c = -\frac{\cos 2x}{4} - \frac{\cos 4x}{8} + c$

Cevap: $-\frac{\cos 2x}{4} - \frac{\cos 4x}{8} + c$

kavrama sorusu

$\int$cos2x.cosx.dx integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\cos 2x.\cos x = \frac{1}{2}[\cos x + \cos 3x]$ (Ters dönüşüm formülünden)

$\frac{1}{2}\int[\cos x + \cos 3x]dx = \frac{1}{2}\left[\int \cos x.dx + \int \cos 3x.dx\right]$

u=3x dönüşümü yapıldığında,

$= \frac{1}{2}\left(\sin x + \frac{\sin 3x}{3}\right) + c = \frac{\sin x}{2} + \frac{\sin 3x}{6} + c$

Cevap: $\frac{\sin x}{2} - \frac{\sin 3x}{6} + c$

kavrama sorusu

$\int$sin4x.cos3x.dx integralinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\sin 4x.\cos 3x = \frac{1}{2}[\sin 7x + \sin x]$ (Ters dönüşüm formülünden)

$\frac{1}{2}\int[\sin 7x - \sin x]dx = \frac{1}{2}\left[\int \sin 7x.dx + \int \sin x.dx\right]$

u=7x dönüşümü yapıldığında,

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{\cos 7x}{7} - \cos x\right) + c = -\frac{\cos 7x}{14} - \frac{\cos x}{2} + c$

Cevap: $-\frac{\cos 7x}{14} - \frac{\cos x}{2} + c$

soru 1

$$\int \cos 2x.\cos 4x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin 6x}{6}+\frac{\sin 2x}{2}+c$

B) $\frac{\sin 6x}{6}+\frac{\sin 2x}{4}+c$

C) $\frac{\sin 6x}{12}+\frac{\sin 2x}{2}+c$

D) $\frac{\sin 6x}{12}+\frac{\sin 2x}{4}+c$

E) $\frac{\sin 6x}{12}+\frac{\sin 2x}{8}+c$

soru 2

$$\int \cos 6x.\cos 3x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin 9x}{9}+\frac{\sin 3x}{3}+c$

B) $\frac{\sin 9x}{12}+\frac{\sin 3x}{6}+c$

C) $\frac{\sin 9x}{18}+\frac{\sin 3x}{6}+c$

D) $\frac{\sin 9x}{18}+\frac{\sin 3x}{9}+c$

E) $\frac{\sin 9x}{18}+\frac{\sin 3x}{18}+c$

soru 3

$$\int \sin 2x.\cos 8x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\cos 10x}{10}-\frac{\cos 6x}{6}+c$

B) $\frac{\cos 10x}{10}+\frac{\cos 6x}{6}+c$

C) $-\frac{\cos 10x}{10}+\frac{\cos 6x}{6}+c$

D) $-\frac{\cos 10x}{20}+\frac{\cos 6x}{6}+c$

E) $-\frac{\cos 10x}{20}+\frac{\cos 6x}{12}+c$

soru 4

$$\int \sin 4x.\sin 5x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\sin 9x}{18}+\frac{\sin x}{2}+c$

B) $-\frac{\sin 9x}{18}+\frac{\sin x}{4}+c$

C) $\frac{\sin 9x}{18}-\frac{\sin x}{2}+c$

D) $\frac{\sin 9x}{18}-\frac{\sin x}{4}+c$

E) $\frac{\sin 9x}{9}+\frac{\sin x}{2}+c$

soru 5

$$\int \cos 5x.\sin 2x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\cos 7x}{14}+\frac{\cos 3x}{6}+c$

B) $-\frac{\cos 7x}{14}-\frac{\cos 3x}{6}+c$

C) $\frac{\cos 7x}{14}-\frac{\cos 3x}{6}+c$

D) $\frac{\cos 7x}{14}+\frac{\cos 3x}{6}+c$

E) $\frac{\cos 7x}{7}-\frac{\cos 3x}{6}+c$

soru 6

$$\int \cos 4x.\cos x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin 5x}{5}+\frac{\sin 3x}{3}+c$

B) $\frac{\sin 5x}{5}-\frac{\sin 3x}{3}+c$

C) $-\frac{\sin 5x}{10}-\frac{\sin 3x}{6}+c$

D) $\frac{\sin 5x}{10}-\frac{\sin 3x}{6}+c$

E) $\frac{\sin 5x}{10}+\frac{\sin 3x}{6}+c$

soru 7

$$\int \sin 2x.\cos 4x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\cos 2x}{2}-\frac{\cos 6x}{6}+c$

B) $\frac{\cos 2x}{2}+\frac{\cos 6x}{6}+c$

C) $\frac{\cos 2x}{4}-\frac{\cos 6x}{12}+c$

D) $\frac{\cos 2x}{4}+\frac{\cos 6x}{12}+c$

E) $\frac{\cos 2x}{12}+\frac{\cos 6x}{24}+c$

soru 8

$$\int \sin 5x.\sin 3x dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sin 2x}{4}+\frac{\sin 8x}{16}+c$

B) $\frac{\sin 2x}{4}-\frac{\sin 8x}{16}+c$

C) $\frac{\sin 2x}{4}+\frac{\sin 8x}{8}+c$

D) $\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\sin 8x}{8}+c$

E) $\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 8x}{8}+c$

1 – D   2 – E   3 – E   4 – A   5 – A   6 – E   7 – C   8 – B

Belirli İntegral

f, [a, b] aralığında tanımlı ve integrallenebilen bir fonksiyon olsun. $\int f(x)dx=F(x)+c$ olacak şekilde bir F fonksiyonu varsa,

$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$ dır. Burada "b" integralin üst sınırı, "a" integralin alt sınırıdır.

Belirli integral alma işleminin belirsizden farklı olarak çözümünde şu adımlar izlenir.

1. adım: Verilen fonksiyonun integrali bulunur.

2. adım: Üst sınır ve alt sınır için integralin değerleri hesaplanır.

3. adım: Üst sınırın değerinden alt sınırın değeri çıkartılarak sonuç elde edilir.

kavrama sorusu

$\int_2^3 xdx$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_2^3 xdx=\frac{x^2}{2}\Big|_2^3$ (3 → üst sınır, 2 → alt sınır)

$=\frac{3^2}{2}-\frac{2^2}{2}=\frac{9}{2}-\frac{4}{2}=\frac{5}{2}$

Cevap: $\frac{5}{2}$

kavrama sorusu

$\int_{-1}^3 3x^2dx$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_{-1}^3 3x^2dx=\cancel{3}\cdot\frac{x^3}{\cancel{3}}\Big|_{-1}^3=x^3\Big|_{-1}^3$

$=(3)^3-(-1)^3=27+1=28$

Cevap: 28

kavrama sorusu

$\int_{-3}^{-1} x^3dx$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_{-3}^{-1} x^3dx=\frac{x^4}{4}\Big|_{-3}^{-1}=\frac{(-1)^4}{4}-\frac{(-3)^4}{4}$

$=\frac{1}{4}-\frac{81}{4}=-\frac{80}{4}=-20$

Cevap: −20

kavrama sorusu

$\int_0^2 x^4dx$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_0^2 x^4dx=\frac{x^5}{5}\Big|_0^2=\frac{2^5}{5}-\frac{0^5}{5}=\frac{32}{5}-0=\frac{32}{5}$

Cevap: $\frac{32}{5}$

soru 1

$$\int_{3}^{4} x\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{11}{2}$

soru 2

$$\int_{1}^{2} x^2\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

soru 3

$$\int_{-1}^{2} 2x^2\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 4

$$\int_{-2}^{-1} 4x^3\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –15 B) –14 C) –13 D) –12 E) –11

soru 5

$$\int_{0}^{1} x^6\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{7}$

soru 6

$$\int_{-1}^{0} 5x^4\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 7

$$\int_{-1}^{1} \frac{x}{2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 8

$$\int_{-3}^{3} \frac{x^2}{4}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{9}{2}$ C) 9 D) 18 E) 27

1 – C 2 – B 3 – E 4 – D 5 – A 6 – D 7 – A 8 – D

kavrama sorusu

$\int_1^3 \frac{dx}{x}$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_1^e \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^e = \ln e - \ln 1$

$= 1 - 0 = 1$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\int_0^{\frac{\pi}{2}}$ **cosxdx integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin\frac{\pi}{2} - \sin 0$

$= 1 - 0 = 1$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = \tan\frac{\pi}{3} - \tan\frac{\pi}{4}$

$= \sqrt{3} - 1$

Cevap: $\sqrt{3} - 1$

kavrama sorusu

$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x \Big|_1^{\sqrt{3}} = \arctan\sqrt{3} - \arctan 1$

$= \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$

Cevap: $\frac{32}{5}$

soru 1

$$\int_{e}^{e^2} \frac{1}{x}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 2

$$\int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \frac{1}{x}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

soru 3

$$\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 4

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) −1 E) −2

soru 5

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 6

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

soru 7

$$\int_{0}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{dx}{1+x^2}$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

soru 8

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{12}$

KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

1 – A/B 2 – A/B 3 – A/C 4 – D/E 5 – D/A 6 – B/C 7 – C/A 8 – D

kavrama sorusu

$\int_{0}^{\ln 3} e^x dx$ integralinin değerini bulunuz.

çözüm

$\int_{-1}^{0} e^x dx = e^x \Big|_{0}^{\ln 3} = e^{\ln 3} - e^0$

$= 3 - 1 = 2$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$\int_{-1}^{0} e^{x+1} dx$ integralinin değerini bulunuz.

çözüm

$\int_{-1}^{0} e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_{-1}^{0} = e^{0+1} - e^{-1+1} = e^1 - e^0 = e - 1$

Cevap: e − 1

kavrama sorusu

$\int_{0}^{1} 2^x dx$ integralinin değerini bulunuz.

çözüm

$\int_{0}^{1} 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_{0}^{1} = \frac{2^1}{\ln 2} - \frac{2^0}{\ln 2} = \frac{1}{\ln 2} = \log_2 e$

Cevap: $\log_2 e$

kavrama sorusu

$\int_{-1}^{2} 3^{x+1} dx$ integralinin değerini bulunuz.

çözüm

$\int_{-1}^{2} 3^{x+1} dx = \frac{3^{x+1}}{\ln 3} \Big|_{-1}^{2} = \frac{3^{2+1}}{\ln 3} - \frac{3^{-1+1}}{\ln 3}$

$= \frac{3^3}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} = \frac{26}{\ln 3}$

Cevap: $\frac{26}{\ln 3}$

soru 1

$$\int_{0}^{lo_5 2} e^x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 2

$$\int_{\ln 6}^{0} e^x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

soru 3

$$\int_{1}^{3} e^{x-1} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) e^2-1 B) e^3-1 C) e^3-e D) e^2-e E) e^2

soru 4

$$\int_{-3}^{0} e^{x+3} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) e^3 B) e^3+1 C) e^3+2 D) e^3-2 E) e^3-1

soru 5

$$\int_{0}^{lo_5 2} 5^x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\log_5 e$ B) $\log_3(2e)$ C) $\log_5(3e)$ D) ln5 E) 2ln5

soru 6

$$\int_{1}^{\log 5} 10^x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) loge B) log5e C) –loge D) –2loge E) –5loge

soru 7

$$\int_{2}^{3} 2^{x-2} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) loge B) $\log_2 e$ C) log2e D) $2\log_2 e$ E) ln2

soru 8

$$\int_{-7}^{-6} 7^{x+7} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\log_7 e$ B) $7\log_7 e$ C) $6\log_7 e$ D) $\log_6 e$ E) $\log_7 7e$

1 – A 2 – B 3 – C 4 – D 5 – A 6 – B 7 – C 8 – D

Belirli İntegral İşleminin Özellikleri

1) $\int_a^b k.f(x)dx = k\int_a^b f(x)dx \quad (k \in R)$ — Sabit çarpım integralin başına alınabilir.

2) $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ — Fonksiyonların toplamının integrali, integrallerinin toplamına eşittir.

$\int_a^b [f(x)-g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$ — Fonksiyonların farkının integrali, integrallerinin farkına eşittir.

3) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ — İntegralin sınırlarını parçalayıp, ayrı ayrı integrallerin toplamı biçiminde yazabiliriz.

kavrama sorusu

$\int_1^2 5x^2dx$ integralinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\int_1^2 5x^2dx = 5\int_1^2 x^2dx = 5\frac{x^3}{3}\Big|_1^2$$

$$= 5\cdot\left(\frac{2^3}{3}-\frac{1^3}{3}\right) = 5\cdot\frac{7}{3} = \frac{35}{3}$$

Cevap: $\frac{35}{3}$

kavrama sorusu

$\int_1^3 (x^2+x)dx$ integralinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\int_1^3 (x^2+x)dx = \int_1^3 x^2dx + \int_1^3 xdx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^3 + \frac{x^2}{2}\Big|_1^3$$

$$= \left(\frac{3^3}{3}-\frac{1^3}{3}\right) + \left(\frac{3^2}{2}-\frac{1^2}{2}\right) = \frac{26}{3} - \frac{8}{2} = \frac{14}{3}$$

Cevap: $\frac{14}{3}$

kavrama sorusu

$\int_1^2 (x^3-x)dx$ integralinin değerini bulunuz.

çözüm

$$\int_1^2 (x^3-x)dx = \int_1^2 x^3dx - \int_1^2 xdx = \frac{x^4}{4}\Big|_1^2 - \frac{x^2}{2}\Big|_1^2$$

$$= \left(\frac{2^4}{4}-\frac{1^4}{4}\right) - \left(\frac{2^2}{2}-\frac{1^2}{2}\right) = \left(4-\frac{1}{4}\right) - \left(2-\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{4} - \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

Cevap: $\frac{9}{4}$

kavrama sorusu

$\int_{-1}^2 xdx$ integralinin değerini bulunuz.

Uyarı

Belirli bir integralin sınırlarını parçalayıp, ayrı ayrı integrallerin toplamı biçiminde yazabiliriz demiştik. Verilen integralin sınırlarını farklı şekillerde parçalayarak aynı sonuca ulaşabiliriz. Bu kavrama sorusunda integrali farklı şekillerde parçalayarak yapılan çözümleri dikkatle inceleyeniz.

çözüm

$$\int_{-1}^2 xdx = \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^2 \frac{2^2}{2} - \frac{(-1)}{2} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$ veya,

$$\int_{-1}^2 xdx = \int_{-1}^0 xdx + \int_0^2 xdx = \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^0 + \frac{x^2}{2}\Big|_0^2 = \left(\frac{0^2}{2}-\frac{(-1)^2}{2}\right) + \left(\frac{2^2}{2}-\frac{0^2}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{4}{2} = \frac{3}{2}$$ veya,

$$\int_{-1}^2 xdx = \int_{-1}^1 xdx + \int_1^2 dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^1 dx + \frac{x^2}{2}\Big|_1^2$$

$$= \left(\frac{1^2}{2}-\frac{(-1)^2}{2}\right) + \left(\frac{2^2}{2}-\frac{1^2}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Görüldüğü gibi üç şekilde de aynı sonucu bulabiliyoruz.

Cevap: $\frac{3}{2}$

soru 1

$$4\int_1^2 \frac{x}{2}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 2

$$\int_0^3 9x^2dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 243 B) 81 C) 27 D) 9 E) 3

soru 3

$$\int_{-3}^2 (5x^3+x^2-1)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5\int_{-3}^2 x^3dx+\int_{-3}^2 x^2dx-\int_{-3}^2 dx$ B) $5\int_{-3}^2 x^3dx+\int_{-3}^2 x^2dx+\int_{-3}^2 dx$

C) $5\int_{-3}^2 x^3dx-\int_{-3}^2 x^2dx-\int_{-3}^2 dx$ D) $\int_{-3}^2 x^3dx+5\int_{-3}^2 x^2dx-\int_{-3}^2 dx$

E) $\int_{-3}^2 x^3dx+\int_{-3}^2 x^2dx-\int_{-3}^2 dx$

soru 4

$$3\int_1^5 x^2-4\int_1^5 x-\int_1^5 dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_1^5 (3x^2-4x)dx$ B) $\int_1^5 (3x^2-4x-1)dx$

C) $\int_1^5 (3x^2-4x+1)dx$ D) $\int_1^5 (3x^2+4x+1)dx$

E) $\int_1^5 (3x^2+4x-1)dx$

soru 5

$$\int_1^3 x^4-3\int_1^3 x^3+2\int_1^3 x^2-4\int_1^3 dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_1^3 (x^4-x^3+2x^2-x)dx$ B) $\int_1^3 (x^4+3x^3+2x^2-4x)dx$

C) $\int_1^3 (x^4-3x^3+2x^2-4x)dx$ D) $\int_1^3 (x^4-3x^3+2x^2-4)dx$

E) $\int_1^3 (x^4-3x^3+2x^2+4)dx$

soru 6

$$\int_{-2}^0 x^2dx+\int_0^3 x^2dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_0^3 x^2dx$ B) $\int_{-1}^3 x^2dx$ C) $\int_{-2}^3 x^2dx$

D) $\int_{-2}^0 x^2dx$ E) $\int_{-2}^{-1} x^2dx$

soru 7

$$\int_1^5 x^3dx+\int_1^5 xdx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_1^5 (x^3+2x)dx$ B) $\int_2^5 (x^3+2x)dx$ C) $\int_1^2 (x^3+2x)dx$

D) $\int_1^3 (x^3+2x)dx$ E) $\int_{-1}^5 (x^3+2x)dx$

soru 8

$$\int_{-2}^4 x^3dx+\int_0^2 x^2dx+\int_2^4 dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{-2}^4 (x^3+x^2+x)dx$ B) $\int_{-2}^4 (x^3+x^2+1)dx$

C) $\int_{-2}^4 (x^3+x^2-1)dx$ D) $\int_{-2}^4 (x^3+x+1)dx$

E) $\int_{-2}^4 (x^3+x-1)dx$

1 – C 2 – B 3 – C 4 – B 5 – A 6 – B 7 – C 8 – A

kavrama sorusu

$\int_0^1 (x+e^x)dx$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_0^1 (x+e^x)dx=\left(\frac{x^2}{2}+e^x\right)\Big|_0^1=\left(\frac{1}{2}+e^1\right)-\left(\frac{0}{2}+e^0\right)$

$=\frac{1}{2}+e-1=e-\frac{1}{2}$

Cevap: $e-\frac{1}{2}$

kavrama sorusu

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x-\sin x)dx$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x-\sin x)dx=(\sin x+\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$

$=\left(\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}\right)-(\sin 0+\cos 0)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-(0+1)$

$=\sqrt{2}-1$

Cevap: $\sqrt{2}-1$

kavrama sorusu

$\int_1^e \left(\frac{1}{x}-x\right)dx$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_1^e \left(\frac{1}{x}-x\right)dx=\left(\ln x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^e$

$=\left(\ln e-\frac{e^2}{2}\right)-\left(\ln 1-\frac{1^2}{2}\right)=\left(1-\frac{e^2}{2}\right)-\left(0-\frac{1}{2}\right)$

$=1-\frac{e^2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3-e^2}{2}$

Cevap: $\frac{3-e^2}{2}$

kavrama sorusu

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(x+\frac{1}{\cos^2 x}\right)dx$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(x+\frac{1}{\cos^2 x}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+\tan x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$

$=\frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2}{2}+\tan\frac{\pi}{4}-\left(\frac{0^2}{2}+\tan 0\right)$

$=\frac{\pi^2}{32}+1$

Cevap: $\frac{\pi^2}{32}+1$

soru 1

$$\int_{1}^{2}(3x^2-1)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 2

$$\int_{-2}^{0}x^2dx-\int_{-2}^{0}2xdx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{20}{3}$ B) $\frac{19}{3}$ C) $\frac{17}{3}$ D) $\frac{14}{3}$ E) $\frac{13}{3}$

soru 3

$$\int_{0}^{1}(e^x+e^{x-1})dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $e+1$ B) $\frac{e^2-1}{e}$ C) $\frac{e^2+1}{2}$ D) $\frac{e^2+e}{2}$ E) $\frac{e^2-e}{2}$

soru 4

$$\int_{0}^{\ln 2}(2e^x-1)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) ln4 B) ln2 C) 2 – ln2 D) ln2–1 E) 4–ln2

soru 5

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(1-\sin x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{2}-1$ C) $\frac{\pi}{2}+1$ D) $\pi-1$ E) $\pi+1$

soru 6

$$\int_{0}^{2}(\sin^2x+\cos^2x)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

soru 7

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{\sin^2 x}-1\right)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}-\pi$ B) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}$ C) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{3}-\pi$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\pi}{3}$

soru 8

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\left(\cos x-\frac{1}{\cos^2 x}\right)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}-2}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

1 – E 2 – A 3 – B 4 – C 5 – B 6 – B 7 – C 8 – A

$F'(x)=f(x)$ ise $\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_b^a=F(b)-F(a)$ olduğunu biliyoruz.

Eğer integralin sınırları birbirine eşit olursa,

$\int_a^a f(x)dx=F(x)\Big|_a^a F(a)-F(a)=0$ dır. Yani; $\int_a^a f(x)dx=0$

Eğer integralin sınırları yer değiştirilirse,

$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$ ve $\int_b^a f(x)dx=F(a)-F(b)$ olduğundan,

$\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$ dir.

kavrama sorusu

$\int_5^5 (x^3+7x)dx$ integralinin sonucu kaçtır bulunuz.

çözüm

Sınırlar aynı olduğundan,

$\int_5^5 (x^3+7x)dx=0$

Cevap: 0

kavrama sorusu

$\int_2^{\sqrt{4}} (x^x+7x)dx$ integralinin sonucu kaçtır bulunuz.

çözüm

Sınırlar aynı olduğundan, $(2=\sqrt{4})$

$\int_2^{\sqrt{4}} (e^x+7x)dx=0$

Cevap: 0

kavrama sorusu

$\int_1^2 (x^2+1)dx+\int_2^1 (x^2+1)dx$ integralinin sonucu kaçtır bulunuz.

çözüm

$\int_1^2 (x^2+1)dx=-\int_2^1 (x^2+1)dx$ olduğundan,

$\int_1^2 (x^2+1)dx+\int_2^1 (x^2+1)dx=\int_1^2 (x^2+1)dx-\int_1^2 (x^2+1)dx=0$

Cevap: 0

kavrama sorusu

$$\int_a^b \arctan x dx-\int_b^a \arctan x dx=4$$

olduğuna göre, $\int_a^b \arctan x dx$ integralinin sonucu kaçtır bulunuz.

çözüm

$\int_a^b \arctan x dx=-\int_b^a \arctan x dx$ olduğundan,

$\int_a^b \arctan x dx-\int_b^a \arctan x dx=\int_a^b \arctan x dx+\int_a^b \arctan x dx$

$=2\int_a^b \arctan x dx=4$

$\Rightarrow \int_a^b \arctan x dx=2$

Cevap: 2

soru 1

Aşağıdaki itegrallerden hangisinin sonucu sıfırdan farklıdır?

A) $\int_{3}^{3}(t^2+1)dx$ B) $\int_{-1}^{1} x^2dx$ C) $\int_{3}^{3}(t-3)dx$

D) $\int_{1}^{\ln e} e^xdx$ E) $\int_{\sqrt{9}}^{3} \sin xdx$

soru 2

Aşağıdaki itegrallerden hangisinin sonucu sıfırdan farklıdır?

A) $\int_{2}^{\log 100} (x+3)^2dx$ B) $\int_{-1}^{\cos\pi} \tan xdx$ C) $\int_{\frac{1}{2}}^{\sin 30} xdx$

D) $\int_{0}^{\sin\frac{\pi}{2}} \cos^2 xdx$ E) $\int_{2}^{\sqrt[3]{8}} x^3dx$

soru 3

$$\int_{-1}^{2}(x^2-x)dx$$

integrali ile aşağıdaki integrallerden hangisinin toplamı sıfırdır?

A) $\int_{2}^{-1}(x^2-x)dx$ B) $\int_{-1}^{-2}(x^2-x)dx$ C) $\int_{-2}^{-1}(x^2-x)dx$

D) $\int_{1}^{2}(x^2-x)dx$ E) $\int_{2}^{1}(x^2-x)dx$

soru 4

$$\int_{2}^{3}(x+1)dx+\int_{3}^{a}(x+1)dx=0$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 5

$$\int_{a}^{b}f(x)dx-2\int_{b}^{a}f(x)dx=24$$

olduğuna göre, $\int_{a}^{b} f(x)dx$ integralinin sonucu kaçtır?

A) –8 B) –6 C) 4 D) 6 E) 8

soru 6

$$\int_{\ln e}^{\ln e^2} f(x)dx$$

integrali ile aşağıdaki integrallerden hangisinin toplamı sıfırdır?

A) $\int_{2}^{1} f(x)dx$ B) $\int_{1}^{2} f(x)dx$ C) $\int_{e}^{e^2} f(x)dx$

D) $\int_{e^2}^{e} f(x)dx$ E) $\int_{2e}^{e} f(x)dx$

soru 7

$$\int_{\cos\frac{\pi}{2}}^{\sin\frac{\pi}{2}} f(t)dt$$

integrali ile aşağıdaki integrallerden hangisinin toplamı sıfırdır?

A) $\int_{0}^{1} f(t)dx$ B) $\int_{1}^{0} f(t)dt$ C) $\int_{0}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} f(t)dt$

D) $\int_{\frac{1}{2}}^{0} f(t)dt$ E) $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} f(t)dt$

soru 8

$$\int_{\ln e^3}^{\log 1000} x^2dx+\int_{1}^{3}xdx+\int_{3}^{1}xdx$$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) –1

1 – B 2 – D 3 – A 4 – B 5 – A 6 – A 7 – B 8 – D

$\int d(f(x))=f(x)+c$ olduğunu biliyoruz. Belirli integral içinde;

$\int_a^b d(f(x))=f(x)\Big|_a^b=f(b)-f(a)$ dır.

kavrama sorusu

$\int_1^2 d(x^2)$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_1^2 d(x^2)=x^2\Big|_1^2=2^2-1^2=4-1=3$

Cevap: 3

kavrama sorusu

$\int_{-1}^1 d(x^2-x)$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_{-1}^1 d(x^2-x)=(x^2-x)\Big|_{-1}^1=(1^2-1)-((-1)^2-(-1))$

$=(1-1)-(1+1)=0-2=-2$

Cevap: −2

kavrama sorusu

$\int_0^{\frac{\pi}{6}} d(\sin x)$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d(\sin x)=\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0=1-0=1$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\int_0^{\ln 2} d(e^x-e^{-x})$ **integralinin değerini bulunuz.**

çözüm

$\int_0^{\ln 2} d(e^x-e^{-x})=(e^x-e^{-x})\Big|_0^{\ln 2}$

$=\left(e^{\ln 2}-\frac{1}{e^{\ln 2}}\right)-\left(e^0-\frac{1}{e^0}\right)$

$=\left(2-\frac{1}{2}\right)-(1-1)=\frac{3}{2}-0=\frac{3}{2}$

Cevap: $\frac{3}{2}$

soru 1

$$\int_{-1}^{0} d(x^3)$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 2

$$\int_{1}^{2} d(x^2+x)$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

soru 3

$$\int_{0}^{2} d(x^3+2x)$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

soru 4

$$\int_{1}^{3} d(2x^3+3x)$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 55 B) 58 C) 61 D) 63 E) 65

soru 5

$$\int_{0}^{1} d\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) $-\frac{3}{2}$ C) –1 D) $-\frac{1}{2}$ E) 0

soru 6

$$\int_{0}^{\log_5 3} d(5^x)$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 7

$$\int_{e}^{e^3} d(\ln x)$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 8

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d(\tan x)$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}-1$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}+1$ D) $2\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

1 – D 2 – E 3 – C 4 – B 5 – D 6 – A 7 – B 8 – A

İntegral Hesabının Birinci Temel Teoremi

A) h(x) ve g(x) türevlenebilen iki fonksiyon ve F(x) fonksiyonunun türevi f(x) olmak üzere,

$F(x)=\int_{h(x)}^{g(x)} f(t).dt \Rightarrow F'(x)=g'(x).f(g(x))-h'(x).f(h(x))$ dir.

B) $F(x)=\int_{a}^{g(x)} f(t).dt \Rightarrow F'(x)=g'(x).f(g(x))$

C) $F(x)=\int_{a}^{x} f(t).dt \Rightarrow F'(x)=f(x)$

kavrama sorusu

$F(x)=\int_{2x}^{x^2} e^t dt$ olduğuna göre, $F'(x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$F(x)=\int_{h(x)}^{g(x)} f(t).dt$ ise $F'(x)=g'(x).f(g(x))-h'(x).f(h(x))$ bağıntısından

$F'(x)=(x^2)'.f(x^2)-(2x)'.f(2x)$

$=(x^2)'.e^{x^2}-(2x)'.e^{2x}$

$=2x.e^{x^2}-2.e^{2x}$

Cevap: $2x.e^{x^2}-2.e^{2x}$

kavrama sorusu

$F(x)=\int_{x^2}^{3x+1} t^3 dt$ olduğuna göre, $F'(1)$ kaçtır bulunuz.

çözüm

$F(x)=\int_{h(x)}^{g(x)} f(t).dt$ ise $F'(x)=g'(x).f(g(x))-h'(x).f(h(x))$ bağıntısından

$F'(x)=(3x+1)'.f(3x+1)-(x^2)'.f(x^2)$

$=(3x+1)'.(3x+1)^3-(x^2)'.(x^2)^3$

$=3.(3x+1)^3-2x.(x^2)^3$

$F'(1)=3.(3.1+1)^3-2.1.(1^2)^3=3.4^3-2=190$

Cevap: *190*

kavrama sorusu

$F(x)=\int_{1}^{x^3} (t^2+1)dt$ olduğuna göre, $F'(2)$ kaçtır bulunuz.

çözüm

$F(x)=\int_{a}^{g(x)} f(t).dt$ ise $F'(x)=g'(x).f(g(x))$ bağıntısından

$F'(x)=(x^3)'.f(x^3)=(x^3)'.((x^3)^2+1)=3x^2.((x^3)^2+1)$

$F'(2)=3.2^2.((2^3)^2+1)=12.(64+1)=780$

Cevap: *780*

kavrama sorusu

$F(x)=\int_{2}^{x} (t^3-t^2)dt$ olduğuna göre, $F'(-1)$ kaçtır bulunuz.

çözüm

$F(x)=\int f(t).dt$ ise $F'(x)=f(x)$ bağıntısından

$F'(x)=x^3-x^2 \Rightarrow f'(-1)=(-1)^3-(-1)^2=-1-1=-2$

Cevap: *−2*

soru 1

$F(x)=\int_{x}^{x^2}(t+5)dt$ **olduğuna göre, $F'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x^3+9x-5$ B) $2x^3+9$ C) $2x^3-7x$ D) $2x^3-5$ E) $2x^3+7x-2$

soru 2

$$\int_{x}^{2x}\cos t\,dt$$

ifadesinin türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\cos x$ B) $2\cos 2x$ C) $2\cos 2x-\cos x$ D) $\cos 2x-\cos x$ E) $\cos 2x+\cos x$

soru 3

$F(x)=\int_{x+1}^{x^2}(t^2-1)dt$ **olduğuna göre, $F'(1)$ kaçtır?**

A) −3 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 4

$F(x)=\int_{x^2}^{x^3}3^t dt$ **olduğuna göre, $F'(-1)$ kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

soru 5

$F(x)=\int_{x}^{x^2}(t-2)dt$ **olduğuna göre, $F'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?**

A) x^3 B) x^3+x C) x^3-x D) $2x^3-2x$ E) $2x^3-5x+2$

soru 6

$$\int_{2}^{x^2}\sin t\,dt$$

ifadesinin türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2.\sin x^2$ B) $2x.\sin^2 x$ C) $2x.\sin x^2$ D) $2x.\sin x^2+2$ E) $2x.\sin x^2-2$

soru 7

$F(x)=\int_{3}^{x}e^{t^3}dt$ **olduğuna göre, $F'(0)$ kaçtır?**

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 8

$$\int \ln x\,dx$$

ifadesinin türevi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{x}$ B) $\frac{1}{x}$ C) $\ln x$ D) $x.\ln x$ E) $\frac{\ln x}{x}$

1 – A 2 – C 3 – A 4 – E 5 – E 6 – C 7 – D 8 – C

Parçalı Fonksiyonun İntegrali

Parçalı fonksiyonların integralleri alınırken; integrallerin sınır değerleri, fonksiyonun kritik noktalarına göre gerekirse alt aralıklara ayrılıp integralleri alındıktan sonra sonuçları toplanır.

kavrama sorusu

$$f(x)=\begin{cases}2x, & x\geq 1\\ 4, & x<1\end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

a) $\int_1^4 f(x)dx$

b) $\int_0^1 f(x)dx$

c) $\int_0^4 f(x)dx$

integrallerinin değerini hesaplayınız.

çözüm

a) $\int_1^4 f(x)dx$ için, uygun fonksiyon 2x olduğundan,

$\int_1^4 f(x)dx=\int_1^4 2xdx=x^2\Big|_1^4=4^2-1^2=15$

Cevap: 15

b) $\int_0^1 f(x)dx$ için, uygun fonksiyon 4 olduğundan,

$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 4dx=4x\Big|_0^1=4.1-4.0=4$

Cevap: 4

c) $\int_0^4 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^4 f(x)dx$ alt aralıklarına ayrılır,

$\int_0^4 fxdx=\int_0^1 fxdx+\int_1^4 fxdx=4+15=19$

Cevap: 19

kavrama sorusu

$$f(x)=\begin{cases}3x^2+1, & x>0\\ 2x-1, & x\leq 0\end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-2}^4 f(x)dx$ **integrallerinin değerini bulunuz.**

çözüm

Kritik nokta k=0 olduğu için,

$\int_{-2}^4 f(x)dx=\int_{-2}^0 f(x)dx+\int_0^4 f(x)$ şeklinde alt aralıklara ayrılır,

$\int_{-2}^0 f(x)dx=\int_{-2}^0 (2x-1)dx=(x^2-x)\Big|_{-2}^0=(0^2-0)-(4+2)=-6$

$\int_0^4 f(x)dx=\int_0^4 (3x^2+1)dx=(x^3+x)\Big|_0^4=(64+4)-(0+0)=68$

$\int_{-2}^4 f(x)dx=\int_{-2}^0 f(x)dx+\int_0^4 f(x)dx=\int_{-2}^0 (2x-1)dx+\int_0^4 (3x^2+1)dx$

$=-6+68=62$

Cevap: 62

soru 1

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x > -1 \\ 3x+5, & x \le -1 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-6}^{6} f(x)dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{6}^{-6} (x^2-1)dx$ B) $\int_{-6}^{6} (3x+5)dx$ C) $\int_{-6}^{0} (3x+5)dx + \int_{0}^{6} (x^2-1)dx$

D) $\int_{-6}^{-1} (x^2-1)dx + \int_{-1}^{6} (3x+1)dx$ E) $\int_{-6}^{-1} (3x+5)dx + \int_{-1}^{6} (x^2-1)dx$

soru 2

$$f(x) = \begin{cases} 5, & x > 2 \\ x, & x \le 2 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{3}^{6} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 15 C) $\frac{27}{2}$ D) 30 E) $\frac{67}{2}$

soru 3

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x > 1 \\ x-2, & x \le 1 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{1}^{3} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 6 D) 10 E) 12

soru 4

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \ge 3 \\ 3x^2, & x < 3 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{0}^{3} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 13 B) 16 C) 27 D) 30 E) 81

soru 5

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x > 0 \\ 2, & x \le 0 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-1}^{3} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 19 B) 21 C) 25 D) 29 E) 30

soru 6

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x > 1 \\ 2x+1, & x \le 1 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{0}^{2} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

soru 7

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 1 \\ e^x, & x \le 1 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{0}^{e} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $-e^2$ B) $-e$ C) 1 D) e E) e^2

soru 8

$$f(x) = \begin{cases} 3x, & x \ge 2 \\ x+1, & 1 \le x \le 2 \\ x^2, & x < 1 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{0}^{3} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

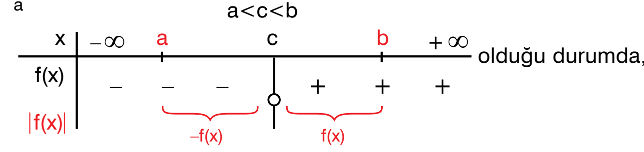
A) $\frac{34}{3}$ B) $\frac{31}{3}$ C) $\frac{25}{3}$ D) $\frac{23}{3}$ E) $\frac{20}{3}$

1 – A 2 – B 3 – D 4 – D 5 – A 6 – B 7 – D 8 – B

Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali

$\int_a^b |f(x)|\,dx$ biçimindeki integrallerde f(x) in [a,b] aralığında aldığı değerler incelenir. Örneğin; |f(x)|=0 için x=c ise

a<c<b



olduğu durumda,

$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c -f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ biçiminde yazılarak integral hesaplanır.

kavrama sorusu

$\int_{-1}^{2} |x|\,dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

çözüm

$|x| = 0 \Rightarrow x = 0$

x	−∞	−1		0		2	+∞
x	−	−		0	+		+
|x|		−x			x		

olduğundan

$\int_{-1}^{0} -x.dx + \int_{0}^{2} x.dx = -\frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{0} + \frac{x^2}{2}\Big|_{0}^{2}$

$= \left(-\frac{0}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right) = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$

Cevap: $\boldsymbol{\frac{5}{2}}$

kavrama sorusu

$\int_{-2}^{3} |x-1|\,dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

çözüm

$|x-1| = 0 \Rightarrow x = 1$

x	−∞	−2		1		3	+∞
x−1	−	−	−	0	+ +	+	+
|x−1|		−x+1			x−1		

olduğundan,

$\int_{-2}^{1} (-x+1)dx + \int_{1}^{3} (x-1)dx = \left(-\frac{x^2}{2} + x\right)\Big|_{-2}^{1} + \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Big|_{1}^{3}$

$= \left[-\frac{1}{2} + 1 - \left(-\frac{(-2)^2}{2} - 2\right)\right] + \left[\frac{3^2}{2} - 3 - \left(\frac{1^2}{2} - 1\right)\right]$

$= \frac{9}{2} + 2 = \frac{13}{2}$

Cevap: $\boldsymbol{\frac{13}{2}}$

kavrama sorusu

$\int_{-2}^{3} |x^2 - x - 2|\,dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

çözüm

$|x^2-x-2| = 0 \Rightarrow (x-2).(x+1) = 0$ ve $x_1 = -1$ $x_2 = 2$

x	−∞	−2		−1		2	3	+∞
x^2-x-2	+	+	+ +	0	− − −	0	+ +	+
$\|x^2-x-2\|$		x^2-x-2			$-x^2+x+2$		x^2-x-2	

olduğundan,

$\int_{-2}^{-1} (x^2-x-2)dx + \int_{-1}^{2} (-x^2+x+2)dx + \int_{2}^{3} (x^2-x-2)dx$

$= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_{-2}^{-1} + \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_{-1}^{2} + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_{2}^{3}$

$= \frac{1}{2} + \frac{9}{2} + \frac{11}{6} = 5 + \frac{11}{6} = \frac{41}{6}$

Cevap: $\boldsymbol{\frac{41}{6}}$

soru 1

$$\int_{1}^{3} 2|x|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 5 C) 8 D) 9 E) 11

soru 2

$$\int_{0}^{4} |2x+1|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

soru 3

$$\int_{-2}^{2} |x|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

soru 4

$$\int_{0}^{4} |x-3|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 5

$$\int_{-2}^{1} |x+1|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{7}{2}$

soru 6

$$\int_{0}^{2} |x^2-1|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $-\frac{17}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{3}$

soru 7

$$\int_{-2}^{1} |x^2-2x|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{17}{3}$ C) $\frac{20}{3}$ D) $\frac{22}{3}$ E) $\frac{25}{3}$

soru 8

$$\int_{-1}^{1} |x^2-2x-15|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{89}{3}$ B) $\frac{88}{3}$ C) $\frac{85}{3}$ D) $\frac{80}{3}$ E) $\frac{79}{3}$

1 – C 2 – B 3 – C 4 – D 5 – A 6 – B 7 – D 8 – B

kavrama sorusu

$\displaystyle\int_0^2 x|x-1|\,dx$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$|x-1|=0 \Rightarrow x=1$, tablomuzu oluşturalım

x	$-\infty$	0		1		2	$+\infty$
x–1	– –	– –		0	+ +	+ +	
|x–1|		–x+1			x–1		

$$\int_0^2 x|x-1|\,dx=\int_0^1 x(-x+1)\,dx+\int_1^2 x(x-1)\,dx$$

$$=\int_0^1(-x^2+x)\,dx+\int_1^2(x^2-x)\,dx=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^1+\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_1^2$$

$$=\left(-\frac{1^3}{3}+\frac{1^2}{2}\right)-\left(\frac{0^3}{3}-\frac{0^2}{2}\right)+\left(\frac{2^3}{3}-\frac{2^2}{2}\right)-\left(\frac{1^3}{3}-\frac{1^2}{2}\right)=1$$

Cevap: 1

kavrama sorusu

$\displaystyle\int_0^3\left(\frac{|x-2|}{x-2}+x\right)dx$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$|x-2|=0 \Rightarrow x=2$, tablomuzu oluşturalım

x	$-\infty$	0		2		3	$+\infty$
x–2	– –	– –		0	+ +	+ +	
|x–2|		–(x–2)			(x–2)		

olduğundan,

$$\int_0^2\left[-\frac{(x-2)}{x-2}+x\right]dx+\int_2^3\left[\frac{x-2}{x-2}+x\right]dx$$

$$=\int_0^2(-1+x)\,dx+\int_2^3(1+x)\,dx=\left(-x+\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^2+\left(x+\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_2^3$$

$$=\left(-2+\frac{2^2}{2}\right)-\left(0+\frac{0^2}{2}\right)+\left(3+\frac{3^2}{2}\right)-\left(2+\frac{2^2}{2}\right)=\frac{7}{2}$$

Cevap: $\frac{7}{2}$

kavrama sorusu

$\displaystyle\int_0^3(|x-2|+x)\,dx$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$|x-2|=0 \Rightarrow x=2$, tablomuzu oluşturalım

x	$-\infty$	0		2		3	$+\infty$
x–2	– –	– –		0	+ +	+ +	
|x–2|		–x+2			x–2		

olduğundan,

$$\int_0^3(|x-2|+x)\,dx=\int_0^2(-x+2+x)\,dx+\int_2^3(x-2+x)\,dx$$

$$=\int_0^2 2\,dx+\int_2^3(2x-2)\,dx=2x\Big|_0^2+(x^2-2x)\Big|_2^3$$

$$=[2.2-2.0]+[(3^2-2.3)-(2^2-2.2)]=4+3=7$$

Cevap: 7

kavrama sorusu

$\displaystyle\int_0^2(|x|+|x-1|)\,dx$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$|x|=0 \Rightarrow x=0$ ve $|x-1|=0 \Rightarrow x=1$

x	$-\infty$		0		1		2	$+\infty$
x	– – –		0	+ +		+ + +		
x–1	– – –			– – –	0	+ + +		
|x| + |x–1|				x+(–x+1)=1		x+x–1=2x–1		

$$\int_0^2(|x|+|x-1|)\,dx\quad\int_0^1 1\,dx+\int_1^2(2x-1)\,dx=x\Big|_0^1+(x\ \ -x)\Big|_1^2$$

$$=[1-0]+[(2^2-2)-(1^2-1)]=1+2=3$$

Cevap: 3

soru 1

$$\int_{-2}^{0} (|x|+3x)\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 2 D) 4 E) 5

soru 2

$$\int_{-4}^{-2} (|x+1|+x)\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

soru 3

$$\int_{-2}^{4} (|x+2|+x)\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

soru 4

$$\int_{-2}^{1} 2x|x|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{16}{3}$ B) $-\frac{14}{3}$ C) $-\frac{13}{3}$ D) $-\frac{11}{3}$ E) $-\frac{10}{3}$

soru 5

$$\int_{-3}^{0} x.|x+2|\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{8}{3}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) 0 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

soru 6

$$\int_{-1}^{2} \frac{|x|}{x}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) –1 E) 2

soru 7

$$\int_{0}^{4} \frac{|x-1|}{x-1}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 8

$$\int_{1}^{3} \frac{|x^2+1|}{x^2+1}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

1 – A 2 – B 3 – C 4 – D 5 – A 6 – E 7 – A 8 – E

Belirli İntegralde Değişken Değiştirme

Belirsiz integral alınırken kullanılan değişken değiştirme yöntemi, belirli integral soruları için de geçerli bir yöntemdir. Ancak sadece integrali alınacak ifadenin değişkenlerini dönüştürmek yetmez, integralin sınır değerlerinin de dönüştürülmesi gerekir.

kavrama sorusu

$\int_{-1}^{2}(x^3+2x).(3x^2+2)dx$ integralinde $u=x^3+2x$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

çözüm

$u=x^3+2x \Rightarrow du=(3x^2+2)dx$

$x=2$ için $u=2^3+2.2=12$

$x=-1$ için $u=(-1)^3+2.(-1)=-3$

$$\int_{-1}^{2}\underbrace{(x^3+2x)}_{u}.\underbrace{(3x^2+2)dx}_{du}=\int_{(-1)^3+2.(-1)}^{2^3+2.2}udu=\int_{-3}^{12}udu$$

Cevap: $\int_{-3}^{12}udu$

kavrama sorusu

$\int_{0}^{3}e^{x^2+1}.2xdx$ integralinde $u=x^2+1$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

çözüm

$u=x^2+1 \Rightarrow du=2xdx$

$x=3$ için $u=3^2+1=10$

$x=0$ için $u=0^2+1=1$

$$\int_{0}^{3}e^{x^2+1}.2xdx=\int_{0^2+1}^{3^2+1}e^udu=\int_{1}^{10}e^udu$$

Cevap: $\int_{1}^{10}e^udu$

kavrama sorusu

$\int_{1}^{2}\frac{2x}{x^2+9}dx$ integralinde $u=x^2+9$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

çözüm

$u=x^2+9 \Rightarrow du=2xdx$

$x=2$ için $u=2^2+9=13$

$x=1$ için $u=1^2+9=10$

$$\int_{1}^{2}\frac{2x}{x^2+9}dx=\int_{1^2+9}^{2^2+9}\frac{du}{u}=\int_{10}^{13}\frac{du}{u}$$

Cevap: $\int_{10}^{13}\frac{du}{u}$

kavrama sorusu

$\int_{e}^{e^2}\frac{\ln x}{x}dx$ integralinde $u=\ln x$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

çözüm

$u=\ln x \Rightarrow du \quad \frac{dx}{\ }$

$x=e^2$ için $u=\ln e^2=2$

$x=e$ için $u=\ln e=1$

$$\int_{e}^{e^2}\frac{\ln x}{x}dx=\int_{\ln e=1}^{\ln e^2=2}udu=\int_{1}^{2}udu$$

Cevap: $\int_{1}^{2}udu$

soru 1

$$\int_{0}^{1}(x^2+x-1).(2x+1)dx$$

integralinde $u=x^2+x-1$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{0}^{1}u.du$ B) $\int_{0}^{2}u.du$ C) $\int_{-1}^{0}u.du$

D) $\int_{-1}^{1}u.du$ E) $\int_{-1}^{2}u.du$

soru 2

$$\int_{-2}^{0}\frac{2x+1}{x^2+x+3}dx$$

integralinde $u=x^2+x+3$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{5}^{3}\frac{du}{u}$ B) $\int_{3}^{5}\frac{du}{u}$ C) $\int_{3}^{4}\frac{du}{u}$

D) $\int_{4}^{3}\frac{du}{u}$ E) $\int_{5}^{2}\frac{du}{u}$

soru 3

$$\int_{e^{-1}}^{e^3}\frac{2.\ln(x^2)}{x}dx$$

integralinde $u=\ln(x^2)$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{-1}^{3}u.du$ B) $\int_{-2}^{6}u.du$ C) $\int_{-2}^{4}u.du$

D) $\int_{-3}^{6}u.du$ E) $\int_{-3}^{8}u.du$

soru 4

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x.\cos x dx$$

integralinde $u=\sin x$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{0}^{\frac{1}{2}}u^2.du$ B) $\int_{0}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}u^2.du$ C) $\int_{0}^{1}u^2.du$

D) $\int_{0}^{1}u.du$ E) $\int_{0}^{2}u.du$

soru 5

$$\int_{-1}^{1}2^{3x+1}.3dx$$

integralinde $u=3x+1$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{-2}^{4}2^u.du$ B) $\int_{-2}^{3}2^u.du$ C) $\int_{-2}^{2}2^u.du$

D) $\int_{-1}^{4}2^u.du$ E) $\int_{-1}^{1}2^u.du$

soru 6

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}dx$$

integralinde $u=\tan x$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{\frac{1}{2}}^{1}e^u.du$ B) $\int_{0}^{1}e^u.du$ C) $\int_{0}^{\sqrt{3}}e^u.du$

D) $\int_{1}^{\sqrt{3}}e^u.du$ E) $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}}e^u.du$

soru 7

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}3\cos 3x dx$$

integralinde $u=3x$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos u.du$ B) $\int_{0}^{\pi}\cos u.du$ C) $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\cos u.du$

D) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}\cos u.du$ E) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cos u.du$

soru 8

$$\int_{1}^{\sqrt{3}}\frac{\arctan x}{1+x^2}dx$$

integralinde $u=\arctan x$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{\pi}^{\frac{\pi}{3}}u.du$ B) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}u.du$ C) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{2}}u.du$

D) $\int_{\pi}^{\frac{\pi}{4}}u.du$ E) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}u.du$

1 – D 2 – B 3 – B 4 – C 5 – A 6 – D 7 – B 8 – E

kavrama sorusu

$\int_1^4 \sqrt{x}\,dx$ integralinde $x=u^2$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

çözüm

$x=u^2 \Rightarrow dx=2udu$

$x=4$ için $u^2=4 \Rightarrow u=2$

$x=1$ için $u^2=1 \Rightarrow u=1$

$$\int_1^4 \sqrt{x}\,dx = \int_1^2 \sqrt{u^2}.2udu = 2.\int_1^2 u^2du$$

Cevap: $2\int_1^2 u^2du$

kavrama sorusu

$\int_{-1}^{7} \sqrt[3]{x+1}\,dx$ integralinde $x+1=u^3$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

çözüm

$x+1=u^3 \Rightarrow dx=3u^2.du$

$x=7$ için $7+1=u^3 \Rightarrow u=2$

$x=-1$ için $-1+1=u^3 \Rightarrow u=0$

$$\int_{-1}^{7} \sqrt[3]{x+1}\,dx = \int_0^2 \sqrt[3]{u^3}.3u^2du = 3\int_0^2 u^3du$$

Cevap: $3\int_0^2 u^3du$

kavrama sorusu

$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$ integralinde $x=\sin t$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

çözüm

$x=\sin t \Rightarrow dx=\cos t.dt$

$x=1$ için $\sin t=1 \Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$

$x=0$ için $\sin t=0 \Rightarrow t=0$

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin^2 t}\,.\cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos^2 t}\,.\cos t dt$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$$

Cevap: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$

kavrama sorusu

$\int_1^{\sqrt{3}} \sqrt{1+x^2}\,dx$ integralinde $x=\tan t$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integrali bulunuz.

çözüm

$x=\tan t \Rightarrow dx=\frac{dt}{\cos^2 t}$

$x=\sqrt{3}$ için $\tan t=\sqrt{3} \Rightarrow t=\frac{\pi}{3}$

$x=1$ için $\tan t=1 \Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \sqrt{1+x^2}\,dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1+\tan^2 t}\,.\frac{dt}{\cos^2 t}$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos t}\cdot\frac{dt}{\cos^2 t} = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dt}{\cos^3 t}$$

Cevap: $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dt}{\cos^3 t}$

soru 1

$$\int_1^8 \sqrt[3]{x}\,dx$$

integralinde $x=u^3$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_1^8 u^5du$ B) $3\int_1^2 u^3du$ C) $3\int_1^8 u^3du$

D) $3\int_1^2 u^5du$ E) $3\int_0^2 u^3du$

soru 2

$$\int_1^{64} \left(\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}\right)dx$$

integralinde $x=u^6$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6.\int_1^2 (u^7-u^8)du$ B) $\int_1^2 (u^7-u^8)du$ C) $6.\int_1^{64} (u^7-u^8)du$

D) $\int_1^{64} (u^7-u^8)du$ E) $\int_1^2 (u^2-u^3)du$

soru 3

$$\int_1^4 \left(\sqrt{x}+1\right)dx$$

integralinde $\sqrt{x}=u$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2.\int_1^2 (u^2+u)du$ B) $\int_1^2 du$ C) $6.\int_1^{64} (u^2+u)du$

D) $\int_1^4 u\,du$ E) $2\int_1^2 (u^3+u)du$

soru 4

$$\int_0^{64} \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}}dx$$

integralinde $x=u^6$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_0^2 (u^6+u^5)du$ B) $3\int_0^2 (u^6+u^5)du$ C) $6\int_0^2 (u^7+u^6)du$

D) $6\int_0^4 (u^7+u^6)du$ E) $12\int_0^4 (u^7+u^6)du$

soru 5

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2}\,dx$$

integralinde $x=\sin t$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$ B) $3\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t dt$ C) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 t dt$

D) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt$ E) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 t dt$

soru 6

$$\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4-x^2}\,dx$$

integralinde $x=2\sin t$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\int_0^{\sqrt{2}} \cos^2 t.dt$ B) $2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t.dt$ C) $\int_0^{\pi} \cos^2 t.dt$

D) $4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t.dt$ E) $4\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t.dt$

soru 7

$$\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{2} \sqrt{4+x^2}\,dx$$

integralinde $x=2\tan t$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2.\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sec^3 t dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sec^3 t dt$ C) $4.\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sec^3 t dt$

D) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 t dt$ E) $2.\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 t dt$

soru 8

$$\int_{\sqrt{3}}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$$

integralinde $x=\tan t$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos^2 t dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{dt}{\cos t}$

D) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt$ E) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dt}{\cos t}$

1 – B 2 – A 3 – A 4 – C 5 – D 6 – E 7 – C 8 – B

Belirli integralde değişken dönüştürme işlemi yapıldığında dönüştürme işlemine bağlı olarak sınırlar da değişir. Elde edilen dönüşmüş integralin eşiti bulunduktan sonra yeni sınırlar bu ifadede yerine yazılarak integralin sonucu bulunabilir.
Ancak, dönüştürülen en baştaki ifadeler tekrar yerine yazılırsa sınırları da en baştaki sınırlar almak durumundayız. Her iki şekilde de aynı sonucu buluruz.

kavrama sorusu

$\int_1^2 (x^2 - x).(2x-1)dx$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$u=x^2-x \Rightarrow du=(2x-1)dx$

$x=2$ için $u=2$

$x=1$ için $u=0$

$$\int_1^2 (x^2-x).(2x-1)dx = \int_0^2 u.du = \frac{u^2}{2}\Big|_0^2 = \frac{2^2}{2} - \frac{0^2}{2} = 2$$

veya

$$\frac{u^2}{2}\Big|_0^2 = \frac{(x^2-x)^2}{2}\Big|_1^2 = \frac{(2^2-2)^2}{2} - \frac{(1^2-1)^2}{2} = 2$$

Cevap: 2

Her iki çözümde de aynı sonuç bulunur.

kavrama sorusu

$\int_1^2 \frac{2x}{x^2+2}dx$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$u=x^2+2 \Rightarrow du=2xdx$

$x=2$ için $u=2^2+2=6$

$x=1$ için $u=1^2+2=3$

$$\int_1^2 \frac{2x}{x^2+2}dx = \int_3^6 \frac{du}{u} = \ln u \Big|_3^6 = \ln 6 - \ln 3 = \ln\frac{6}{3} = \ln 2$$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$\int \sqrt{x \quad + x}.(2x+1)dx$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$u=x^2+x \Rightarrow du=(2x+1)dx$

$x=1$ için $u=1^2+1=2$

$x=0$ için $u=0^2+0=0$

$$\int_0^1 \sqrt{x^2+x}.(2x+1)dx = \int_0^2 \sqrt{u}.du = \int_0^2 u^{\frac{1}{2}}.du = \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\Big|_0^2 = \frac{2u^{\frac{3}{2}}}{3}\Big|_0^2$$

$$= \frac{2.(2)^{\frac{2}{3}}}{3} - \frac{2.0}{3} = \frac{2\sqrt[3]{4}}{3}$$

Cevap: $\frac{2\sqrt[3]{4}}{3}$

kavrama sorusu

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x.\cos x.dx$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$u=\sin x \Rightarrow du=\cos x dx$

$x=\frac{\pi}{2}$ için $u=\sin\frac{\pi}{2}=1$

$x=0$ için $u=\sin 0=0$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx = \int_0^1 u^3.du = \frac{u^4}{4}\Big|_0^1 = \frac{1^4}{4} - \frac{0^4}{4} = \frac{1}{4}$$

Cevap: $\frac{1}{4}$

soru 1

$$\int_0^1 \frac{3x^2}{x^3+1}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) ln2 D) ln3 E) 2

soru 2

$$\int_0^1 \frac{2x-1}{x^2-x+3}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) ln2 D) ln3 E) 2

soru 3

$$\int_0^1 (x^2+x)^2.(2x+1)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{8}{3}$ D) 3 E) $\frac{10}{3}$

soru 4

$$\int_0^1 (x^2+1)^9.xdx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2^{10}}{5}$ B) $\frac{2^{10}-1}{5}$ C) $\frac{2^{10}+1}{10}$ D) $\frac{2^{10}-1}{10}$ E) $\frac{2^{10}-1}{20}$

soru 5

$$\int_0^1 e^{x^2-1}.2xdx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) e B) $\frac{1}{e}$ C) $1+\frac{1}{e}$ D) $1-\frac{1}{e}$ E) $\frac{1}{e}-1$

soru 6

$$\int_2^3 \sqrt{x^2-x-2}.(2x-1)dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{3}$ B) 2 C) $\frac{5}{3}$ D) 4 E) $\frac{16}{3}$

soru 7

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x}.\cos x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) e B) 2 C) e–1 D) e–2 E) e–3

soru 8

$$\int_0^{\pi} \sin^5 x.\cos x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) 0 C) $\frac{1}{6}$ D) 1 E) 2

1 – C 2 – A 3 – C 4 – E 5 – D 6 – E 7 – C 8 – B

kavrama sorusu

$\int_{1}^{e} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

çözüm

$u=\ln x \Rightarrow du=\frac{dx}{x}$

$x=e$ için $u=\ln e \Rightarrow u=1$

$x=1$ için $u=\ln 1 \Rightarrow u=0$

$$\int_{1}^{e} \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx=\int_{0}^{1} \sqrt{u}.du=\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Big|_{0}^{1}=\frac{2u^{\frac{3}{2}}}{3}\Big|_{0}^{1}=\frac{2}{3}(1-0)=\frac{2}{3}$$

Cevap: $\frac{2}{3}$

kavrama sorusu

$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} (\cos x-1)^2.\sin x\, dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

çözüm

$\cos x-1=u \Rightarrow -\sin x dx=du$

$x=\frac{\pi}{3}$ için $u=\cos\frac{\pi}{3}-1=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$

$x=0$ için $u=\cos 0-1 \Rightarrow u=1-1=0$

$$\int_{0}^{-\frac{1}{2}} -u^2.du=-\frac{u^3}{3}\Big|_{0}^{-\frac{1}{2}}=-\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3}{3}-0=\frac{1}{24}$$

Cevap: $\frac{1}{24}$

kavrama sorusu

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x.\cos(\cos x)dx$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$u=\cos x \Rightarrow du=-\sin x dx$

$x=\pi$ için $u=\cos\pi=-1$

$x=\frac{\pi}{2}$ için $u=\cos\frac{\pi}{2}=0$

$$\int_{0}^{-1} -\cos u.du=-\sin u\Big|_{0}^{-1}=-\sin(-1)-(-\sin 0)$$

$=\sin 1$

Cevap: sin1

kavrama sorusu

$\int_{\ln e^{-1}}^{0} \frac{dx}{(e^x+e^{-x})}$ **integralinin sonucunu bulunuz.**

çözüm

$u=e^x \Rightarrow du=e^x dx \Rightarrow \frac{du}{e^x}=dx \Rightarrow \frac{du}{u}=dx$

$x=0$ için $u=e^0=1$

$x=\ln e^{-1}$ için $u=e^{\ln e^{-1}}=-1$

$$\int_{-1}^{1} \frac{du}{u.\left(u+\frac{1}{u}\right)}=\int_{-1}^{1} \frac{du}{u^2+1}=\arctan u\Big|_{-1}^{1}$$

$=\arctan 1-\arctan(-1)$

$=\frac{\pi}{4}-\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$

Cevap: $\frac{\pi}{2}$

soru 1

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{9}{2}$

soru 2

$$\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

soru 3

$$\int_{e^{\frac{\pi}{2}}}^{e^{\frac{\pi}{4}}} -\frac{dx}{x.\sin^2(\ln x)}$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

soru 4

$$\int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^2}{x}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) 2 C) $\frac{8}{3}$ D) 3 E) $\frac{11}{3}$

soru 5

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x+2).\cos x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

soru 6

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos(\tan x)}{\cos^2 x}dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\sin\sqrt{3}$ B) $\sin\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ C) sin1

D) $\cos\sqrt{3}$ E) $\cos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

soru 7

$$\int_{\ln 2}^{\ln 4} (e^x - e^{-x})e^x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) I–In2 B) 6–In2 C) 1+In2

D) 3+In2 E) 5+In2

soru 8

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(1-\cos x)^2}dx$$

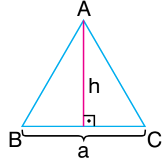
integralinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

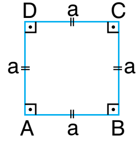
1 – A 2 – D 3 – B 4 – C 5 – D 6 – A 7 – B 8 – C

İNTEGRALDE ALAN HESAPLAMA

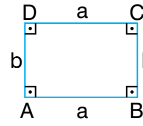
Düzgün kapalı geometrik şekillerin alanları çeşitli formüller yardımı ile hesaplanır.



$Alan(ABC) = \frac{a.h}{2}$

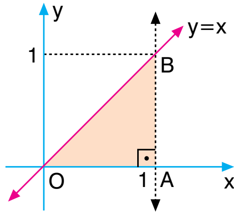


$Alan(ABCD) = a^2$



$Alan(ABCD) = a.b$ gibi.

Sınırları belli olan düzgün veya düzgün olmayan şekillerin alanları integral yardımı ile hesaplanabilir. Örneğin;



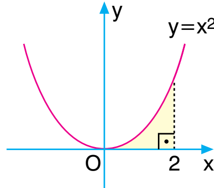
$$Alan(OAB) = \frac{|OA|.|AB|}{2} = \frac{1.1}{2} = \frac{1}{2}\ br^2$$

Formül ile bulduğumuz üçgenin alanı integral kullanılarak da bulunabilir.

$$Alan(OAB) = \int_0^1 x dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2} = \frac{1}{2} br^2$$

y=f(x) fonksiyonu x=a, x=b ve y=0 doğruları ile sınırlanan bölgenin alanı ise $Alan = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$ dir.

kavrama sorusu



Şekilde $y=x^2$ parabolü, x=2 doğrusu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

çözüm

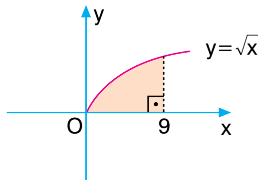
Alanını bulacağımız bölge, x=0, x=2 ve y=0 doğruları ile sınırlanan bölgedir.

$Alan = \left|\int_a^b f(x).dx\right|$ bağıntısından

$$\int_0^2 x^2.dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{0}{3} = \frac{8}{3} br^2$$

Cevap: $\frac{8}{3}$ ***br²***

kavrama sorusu



Şekilde $y=\sqrt{x}$ fonksiyonu, x=9 doğrusu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

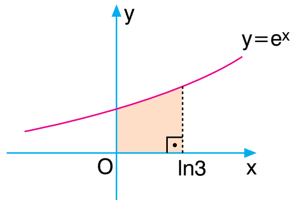
çözüm

$$Alan = \left|\int_a^b f(x)dx\right| = \int_0^9 \sqrt{x}.dx = \int_0^9 x^{\frac{1}{2}}.dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Big|_0^9 = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}\Big|_0^9$$

$$= \frac{2.(9)^{\frac{3}{2}}}{3} - 0 = 18\ br^2$$

Cevap: 18 br²

kavrama sorusu



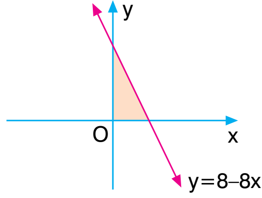
Şekilde $y=e^x$ fonksiyonu, x=ln3 doğrusu, x ve y eksenleri ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

çözüm

$$Alan = \left|\int_a^b f(x)dx\right| = \int_0^{\ln 3} e^x dx = e^x\Big|_0^{\ln 3} = e^{\ln 3} - e^0 = 3 - 1 = 2\ br^2$$

Cevap: 2 br²

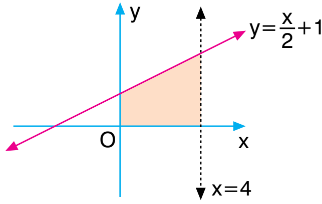
soru 1



Şekilde y=8–8x doğrusu, x ve y eksenleri ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 3   B) 4   C) 5   D) 6   E) 7

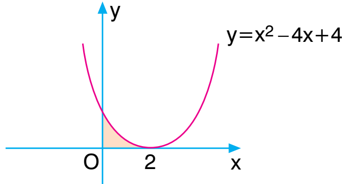
soru 2



Şekilde $y=\frac{x}{2}+1$ doğrusu, x=4 doğruları, x ve y eksenleri ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 4   B) 5   C) 6   D) 7   E) 8

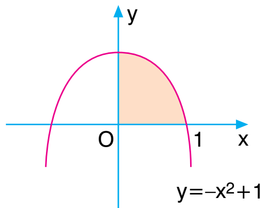
soru 3



Şekilde y=x^2–4x+4 fonksiyonu, x ve y eksenleri ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

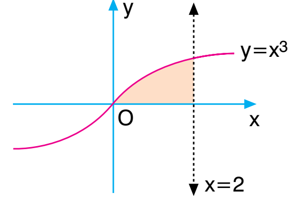
soru 4



Şekilde y=–x^2+1 fonksiyonu, x ve y eksenleri ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 2   D) 3   E) 4

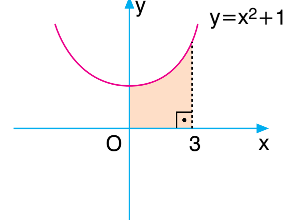
soru 5



Şekilde y=x^3 fonksiyonu, x=2 doğrusu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 3   B) 4   C) 5   D) 6   E) 8

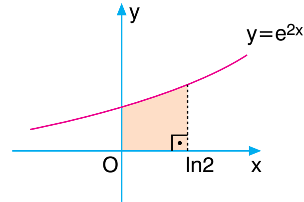
soru 6



Şekilde y=x^2+1 fonksiyonu, x=3 doğrusu, x ve y eksenleri ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{14}{3}$ B) 6   C) $\frac{20}{3}$ D) 12   E) $\frac{44}{3}$

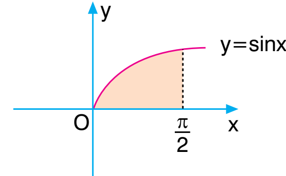
soru 7



Şekilde y=e^{2x} fonksiyonu, x=ln2 doğrusu, x ve y eksenleri ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) $\frac{8}{2}$

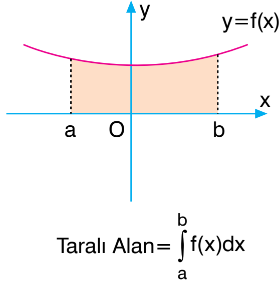
soru 8



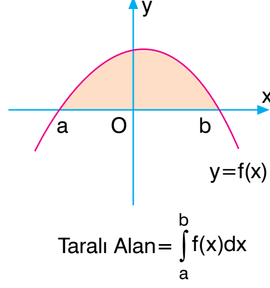
Şekilde y=sinx fonksiyonu, $x=\frac{\pi}{2}$ doğrusu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1   D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

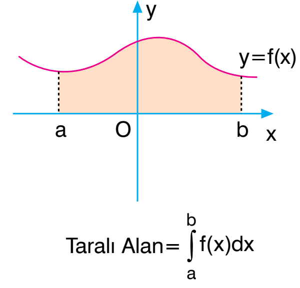
1 – A   2 – B   3 – E   4 – D   5 – A   6 – B   7 – B   8 – D



Taralı Alan= $\int_a^b f(x)dx$



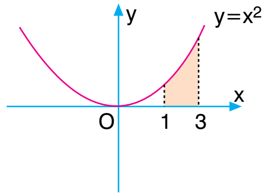
Taralı Alan= $\int_a^b f(x)dx$



Taralı Alan= $\int_a^b f(x)dx$

Yukarıda verilen düzgün olmayan eğrilerin x ekseni ve x=a, x=b doğruları ile sınırlanan x ekseni üzerindeki taralı bölgelerin alanlarının tümü $\int_a^b fxdx$ integrali ile hesaplanabilir.

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x^2$ fonksiyonu, x=1 ve x=3 doğruları x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanını bulunuz.

çözüm

Alanını bulacağımız bölge x=1, x=2 ve y=0 doğruları ile sınırlanan bölgedir.

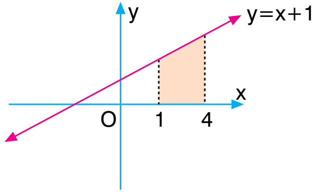
Taralı Alan= $\int_a^b f(x)dx$

Taralı Alan $=\int_1^3 x^2dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_1^3$

$=\frac{27}{3}-\frac{1}{3}=\frac{26}{3}$ br^2

Cevap: $\frac{26}{3}$ **br^2**

kavrama sorusu



Yukarıda y=x+1, x=1, x=4 doğruları ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanını bulunuz.

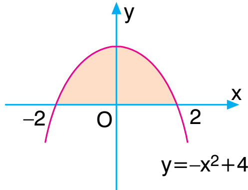
çözüm

Taralı Alan $=\int_1^4 (x+1)dx = \left.\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\right|_1^4$

$=\left(\frac{4^2}{2}+4\right)-\left(\frac{1^2}{2}+1\right)=12-\frac{3}{2}=\frac{21}{2}$ br^2

Cevap: $\frac{21}{2}$ **br^2**

kavrama sorusu



Yukarıda $y=-x^2+4$ fonksiyonu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanını bulunuz.

çözüm

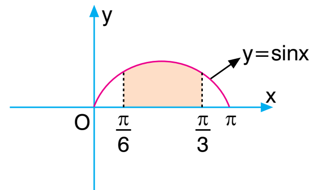
Taralı Alan $=\int_{-2}^{2} (-x^2+4)dx = \left.\left(-\frac{x^3}{3}+4x\right)\right|_{-2}^{2}$

$=\left(-\frac{2^3}{3}+8\right)-\left(-\frac{(-2)^3}{3}+4(-2)\right)$

$=\frac{32}{3}$ br^2

Cevap: $\frac{32}{3}$ **br^2**

kavrama sorusu



Yukarıda y=sinx fonksiyonu, $x=\frac{\pi}{6}, x=\frac{\pi}{2}$ doğruları ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanını bulunuz.

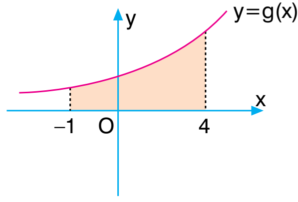
çözüm

Taralı Alan $=\int_{\pi/6}^{\pi/3} \sin x dx = \left.-\cos x\right|_{\pi/6}^{\pi/3}$

$=-\cos\frac{\pi}{3}-\left(-\cos\frac{\pi}{6}\right)=\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ br^2

Cevap: $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ **br^2**

soru 1



Yukarıda y=g(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Taralı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile hesaplanabilir?

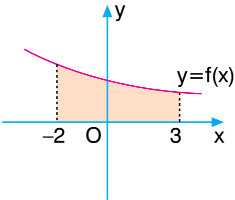
A) $\int_{-1}^{4} g(x)dx$ B) $\int_{0}^{4} g(x)dx$ C) $\int_{-1}^{0} g(x)dx$

D) $\int_{4}^{-1} g(x)dx$ E) $\int_{4}^{0} g(x)dx$

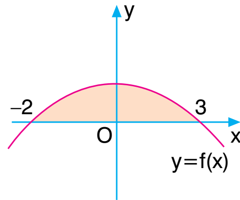
soru 2

$\int_{-2}^{3} f(x)dx$ integrali aşağıdaki taralı bölgelerin hangilerinin alanlarının hesaplamasında kullanılabilir?

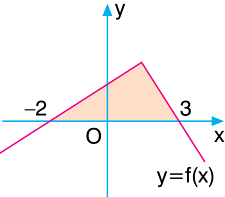
I)



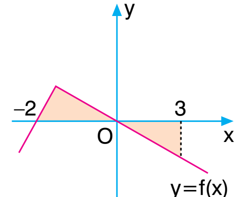
II)



III)



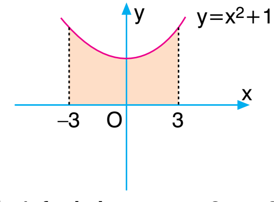
IV)



A) I ve II B) II ve III C) I ve III

D) I, II ve III E) I, II ve IV

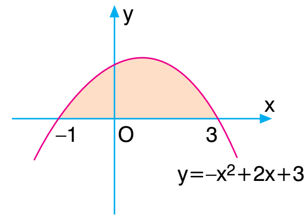
soru 3



Yukarıda $y=x^2+1$ fonksiyonu, x=–3, x=3 doğruları ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 32

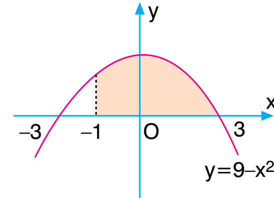
soru 4



Yukarıda $y=-x^2+2x+3$ fonksiyonu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 10 B) $\frac{32}{3}$ C) 11 D) $\frac{34}{3}$ E) 12

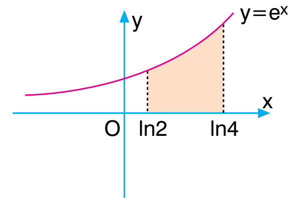
soru 5



Yukarıda $y=9-x^2$ fonksiyonu, x=–1 doğrusu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{40}{3}$ B) $\frac{70}{3}$ C) $\frac{80}{3}$ D) $\frac{87}{3}$ E) $\frac{92}{3}$

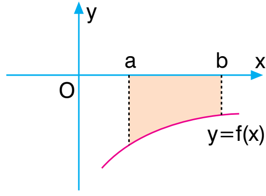
soru 6



Yukarıda $y=e^x$ fonksiyonu x=ln2 ve x=ln4 doğruları, x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

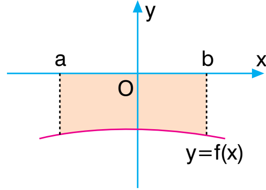
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1 – A 2 – B 2 – D 3 – C 3 – C – D 5 – A4 – B 6 – B 5 – C 7 – C 8 – D

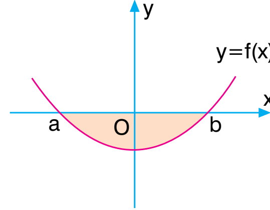


Şekilde verilen y=f(x) fonksiyonu [a,b] aralığında negatif değerler almaktadır. $\int_a^b f(x)\,dx$ integralinin sonucu da bu nedenle negatiftir. Alan negatif olamayacağı için şekildeki gibi x ekseninin altında kalan alanlar

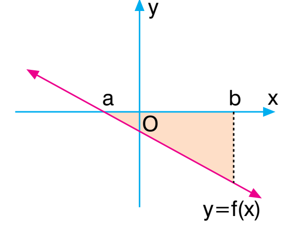
$\text{Taralı Alan} = -\int_a^b f(x)dx$ integrali ile hesaplanır.



$\text{Taralı Alan} = -\int_a^b f(x)dx$

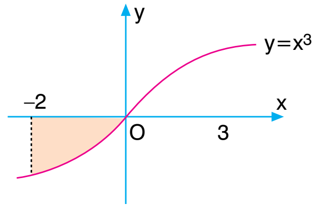


$\text{Taralı Alan} = -\int_a^b f(x)dx$



$\text{Taralı Alan} = -\int_a^b f(x)dx$

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x^3$ fonksiyonu, x=–2 doğrusu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

çözüm

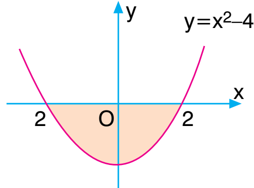
Alanını bulacağımız bölge $y=x^3$ eğrisi, x=–2 doğrusu ve x ekseni ile sınırlanan, x ekseninin altında kalan bölgedir.

$$\text{Taralı Alan} = -\int_{-2}^{0} x^3dx = -\frac{x^4}{4}\Big|_{-2}^{0}$$

$$= 0 - \left(-\frac{2^4}{4}\right) = 4\ br^2$$

Cevap: 4 br^2

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x^3$ fonksiyonu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

çözüm

Taralı bölge x ekseninin altında olduğundan,

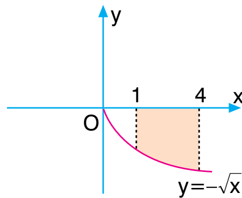
$$\text{Taralı Alan} = -\int_{-2}^{2} (x^2-4)dx = -\left(\frac{x^3}{3}-4x\right)\Big|_{-2}^{2}$$

$$= -\left(\frac{2^3}{3}-4.2\right)+\left(\frac{-2^3}{3}-4.(-2)\right) = \frac{16}{3}+\frac{16}{3}$$

$$= \frac{32}{3}\ br^2$$

Cevap: $\frac{32}{3}$ br^2

kavrama sorusu



Yukarıda $y=-\sqrt{x}$ fonksiyonu, x=1, x=4 doğruları ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

çözüm

Taralı bölge x ekseninin altında olduğundan,

$$\text{Taralı Alan} = -\int_1^4 (-\sqrt{x})dx = \int_1^4 \sqrt{x}dx = \int_1^4 x^{\frac{1}{2}}dx$$

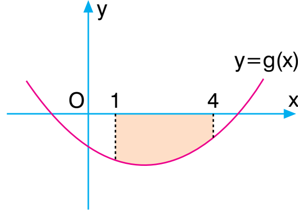
$$= \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Big|_1^4 = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}\Big|_1^4$$

$$= \frac{2.(4)^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{2.(1)^{\frac{3}{2}}}{3} = \frac{2\sqrt{4^3}}{3} - \frac{2\sqrt{1^3}}{3}$$

$$= \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}\ br^2$$

Cevap: $\frac{14}{3}$ br^2

soru 1



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

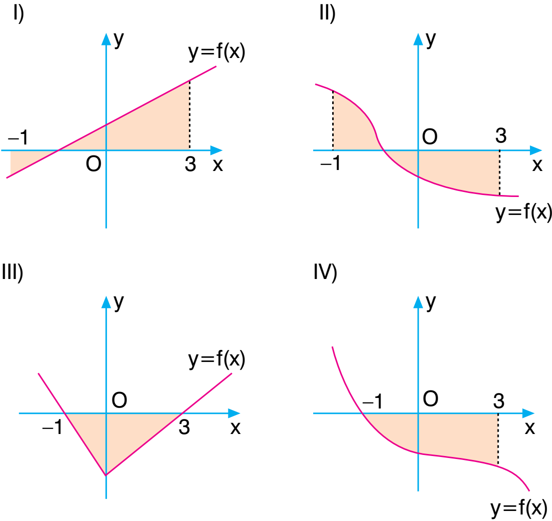
Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile hesaplanabilir?

A) $-\int_{0}^{4} g(x)dx$ B) $\int_{1}^{4} g(x)dx$ C) $-\int_{0}^{4} g(x)dx$

D) $-\int_{1}^{4} g(x)dx$ E) $-\int_{0}^{1} g(x)dx$

soru 2

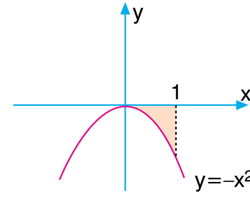
$-\int_{-1}^{3} f(x)dx$ **integrali aşağıdaki taralı bölgelerin hangilerinin alanlarının hesaplamasında kullanılabilir?**



A) I ve II   B) II ve III   C) III ve IV

D) II ve IV   E) I ve IV

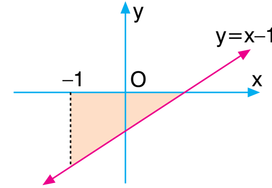
soru 3



Yukarıda $y=-x^2$ fonksiyonu, x=1 doğrusu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1   D) $\frac{4}{3}$ E) 3

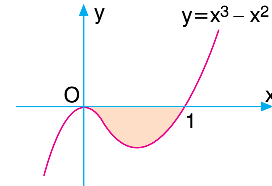
soru 4



Yukarıda y=x–1, x=–1 doğruları ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 2   B) 3   C) 4   D) 5   E) 6

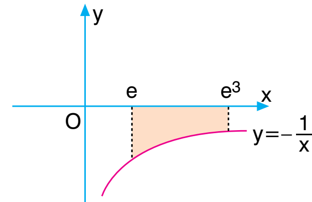
soru 5



Yukarıda $y=x^3-x^2$ eğrisi ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

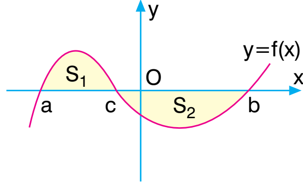
A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

soru 6



Yukarıda $y=-\frac{1}{x}$ eğrisi, x=e, $x=e^3$ doğruları ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 5   B) 4   C) 3   D) 2   E) 1

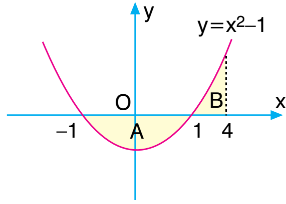


Şekilde y=f(x) fonksiyonu ve x ekseni tarafından sınırlanmış S_1 ve S_2 taralı alanları verilmiştir.

S_1 taralı bölgesi x ekseninin üstünde olduğu için $S_1=\int_a^c f(x)\,dx$ integrali ile, S_2 taralı bölgesi ise x ekseninin altında olduğu için $S_2=-\int_c^b f(x)\,dx$ integrali ile hesaplanır.

$S_1+S_2=\int_a^c f(x)\,dx-\int_c^b f(x)\,dx$ dir.

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x^2-1$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgelerin alanlarını veren integral ifadelerini bulunuz.

çözüm

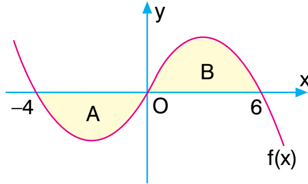
A taralı bölgesi x ekseninin altındadır

$A=-\int_0^1 (x^2-1)\,dx$ integrali ile hesaplanır.

B taralı bölgesi x ekseninin üstündedir

$B=\int_1^4 (x^2-1)\,dx$ integrali ile hesaplanır.

kavrama sorusu



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$A=5br^2$ ve $B=6\ br^2$ bulundukları taralı bölgelerin alanları olmak üzere, $\int_{-4}^{6} f(x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

çözüm

A taralı bölgesi x ekseninin alt tarafında olduğundan,

$A=-\int_{-4}^{0} f(x)dx=5$ ve $\int_{-4}^{0} f(x)dx=-5$

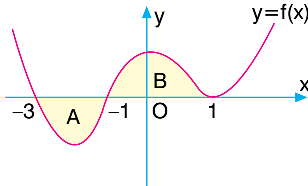
B taralı bölgesi x ekseninin üst tarafında olduğundan,

$B=\int_0^6 f(x)dx=6$

$$\int_{-4}^{6} f(x)dx=\underbrace{\int_{-4}^{0} f(x)dx}_{-5}+\underbrace{\int_{0}^{6} f(x)dx}_{6}=-5+6=1$$

Cevap: 1

kavrama sorusu



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$A=6br^2$ ve $\int_{-3}^{1} f(x)\,dx=10$ olduğuna göre, B taralı bölgesinin alanı kaç br^2 dir?

çözüm

A taralı bölgesi x ekseninin alt tarafında olduğundan,

$A=-\int_{-3}^{-1} f(x)dx=6$ ve $\int_{-3}^{-1} f(x)dx=-6$

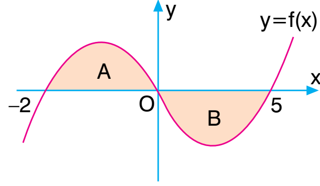
B taralı bölgesi x ekseninin üst tarafında olduğundan,

$B=\int_{-1}^{1} f(x)dx$

$$\int_{-3}^{1} f(x)dx=\underbrace{\int_{-3}^{-1} f(x)dx}_{-6}+\underbrace{\int_{-1}^{1} f(x)dx}_{B}=-6+B=10 \text{ ise } B=16$$

Cevap: 16 br^2

soru 1



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

A ve B bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere, aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

I) $\int_{-2}^{0} f(x)dx = A$

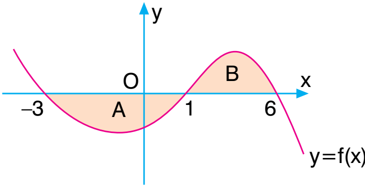
II) $-\int_{0}^{5} f(x)dx = B$

III) $\int_{-2}^{5} f(x)dx = A - B$

IV) $\int_{-2}^{5} |f(x)|dx = A + B$

A) I ve II B) I ve III C) I, II ve III D) II, III ve IV E) Hepsi

soru 2

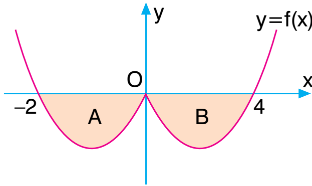


Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

A=4 br^2 ve B=6 br^2 olduğuna göre $\int_{-3}^{6} f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) 2 C) 4 D) 6 E) 10

soru 3

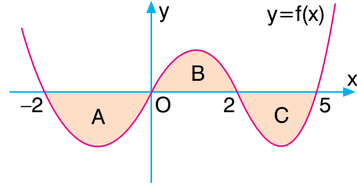


Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

A=4 br^2 ve $\int_{-2}^{4} f(x)dx = -7$ olduğuna göre, B taralı bölgesinin alanı kaç br^2 dir?

A) –3 B) 2 C) 3 D) 4 E) 11

soru 4



Yukarıda y=f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

A=3 br^2, B=5 br^2, C=7 br^2 olduğuna göre aşağıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

I) $\int_{-2}^{5} f(x)dx = -5$

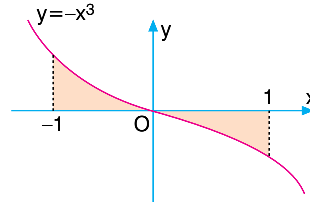
II) $\int_{-2}^{5} |f(x)|dx = 15$

III) $\int_{0}^{5} f(x)dx = -2$

IV) $\int_{-2}^{2} |f(x)|dx = 8$

A) I ve II B) I ve III C) I, II ve III D) II, III ve IV E) Hepsi

soru 5

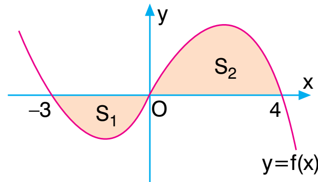


Yukarıda y=–x^3 eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

soru 6

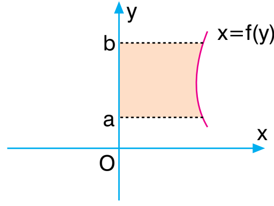


Yukarıda y=f(x) fonksiyonu ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgelerin alanları S_1 ve S_2 arasında $S_1 = \frac{S_2}{5}$ bağıntısı vardır.

$\int_{-3}^{4} f(x)dx = 12$ olduğuna göre, S_1 kaç br^2 dir?

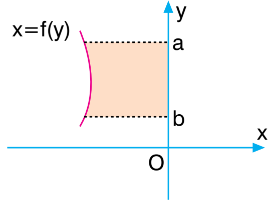
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1 – EA 2 – B 2 – B 3 – C 3 – C4 – D 5 – A4 – E 6 – B 5 – C 7 – C 8 – DA



Yandaki şekilde olduğu gibi x=f(y) eğrisi y=a, y=b doğruları ve y ekseni ile sınırlanmış, y ekseninin sağ tarafında kalan taralı bölgelerin alanları;

Taralı Alan= $\int_a^b f(y)\,dy$ integrali ile bulunur.

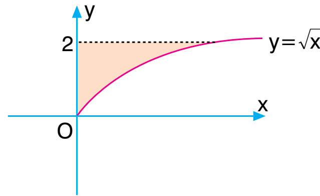


Yandaki şekilde olduğu gibi x=f(y) eğrisi y=a, y=b doğruları ve y ekseni ile sınırlanmış, y ekseninin sol tarafında kalan taralı bölgelerin alanları;

Taralı Alan= $-\int_a^b f(y)\,dy$ integrali ile bulunur.

Eğrinin bağıntısı y=f(x) olarak verildiğinde bu tip taralı bölgelerin alanını bulmak için ilk adım ifadeyi x=f(y) biçimine dönüştürmektir. Yani taralı bölgenin alanını bulmak için fonksiyonun tersinin integralini almalıyız.

kavrama sorusu



Yukarıda $y=\sqrt{x}$ eğrisi y=2 doğrusu ve y ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanını bulunuz.

çözüm

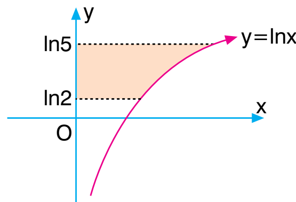
$y=\sqrt{x}$ ise $x=y^2$ (x=f(y) biçimine dönüştürüldü)

Taralı bölge y ekseninin sağ tarafında olduğundan,

Taralı Alan= $\int_0^2 f(y)dy = \int_0^2 y^2 dy = \frac{y^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{2^3}{3} - 0 = \frac{8}{3}$ br^2

Cevap: $\frac{8}{3}$ ***br***^{2}

kavrama sorusu



Yukarıda y=lnx eğrisi, y=ln2, y=ln5 doğruları ve y ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanını bulunuz.

çözüm

y=lnx ise $x=e^y$ (x=f(y) biçimine dönüştürüldü)

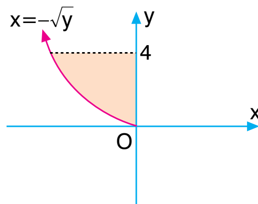
Taralı bölge y ekseninin sağ tarafında olduğundan,

Taralı Alan= $\int_{\ln 2}^{\ln 5} f(y)dy = \int_{\ln 2}^{\ln 5} e^y dy = e^y\Big|_{\ln 2}^{\ln 5} = e^{\ln 5} - e^{\ln 2}$

=5–2=3 br^2

Cevap:* 3 *br^2

kavrama sorusu



Yukarıda $x=-\sqrt{y}$ eğrisi, y=4 doğrusu ve y ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin alanını bulunuz.

çözüm

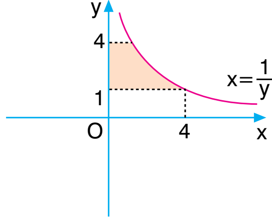
Taralı bölge y ekseninin sol tarafında olduğundan,

Taralı Alan= $-\int_0^4 f(y)dy = -\int_0^4 \left(-\sqrt{y}\right)dy = \int_0^4 y^{\frac{1}{2}}dy$

$= \frac{y^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Big|_0^4 = \frac{2\sqrt{y^3}}{3}\Big|_0^4 = \frac{2\sqrt{4^3}}{3} - 0 = \frac{16}{3}$ br^2

Cevap: $\frac{16}{3}$ ***br***^{2}

soru 1



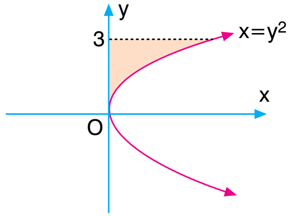
Yukarıda $x = \frac{1}{y}$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_0^1 \frac{1}{x}dx$ B) $\int_0^4 \frac{1}{y}dy$ C) $\int_1^4 \frac{1}{y}dy$

D) $-\int_1^4 \frac{1}{y}dy$ E) $\int_1^4 \frac{1}{y}dx$

soru 2

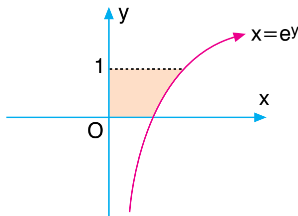


Yukarıda $x=y^2$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 15 E) 27

soru 3

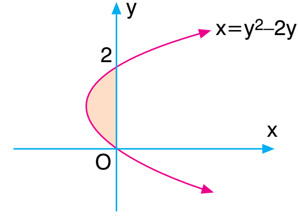


Yukarıda $x=e^y$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 1 B) e^2 C) e–2 D) e–1 E) e

soru 4



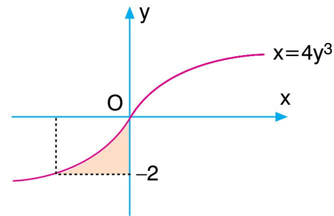
Yukarıda, $x=y^2-2y$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_0^2 (y^2-2y)dy$ B) $-\int_0^2 (y^2-2y)dy$ C) $\int_0^2 \sqrt{x+1}\,dx$

D) $\int_1^0 \sqrt{x+1}\,dx$ E) $-\int_0^2 \sqrt{x+1}\,dx$

soru 5

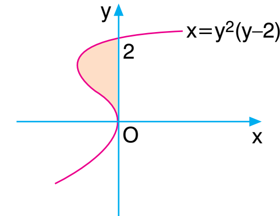


Yukarıda $x=4y^3$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

soru 6

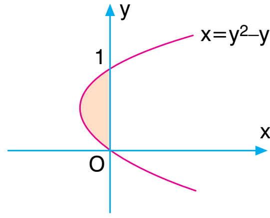


Yukarıda $x=y^2(y-2)$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

kavrama sorusu



Yukarıda $x=y^2-y$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

çözüm

Taralı bölge y ekseninin solunda olduğundan,

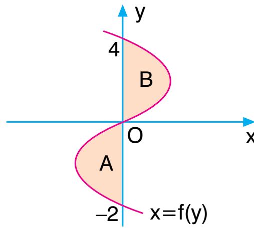
Taralı Bölgenin Alanı$= -\int_0^1 (y^2-y)\,dy$

$$= -\left[\left(\frac{y^3}{3}-\frac{y^2}{2}\right)\Big|_0^1\right]$$

$$= -\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)-0=\frac{1}{6}$$

Cevap: **— *br***

kavrama sorusu



Yukarıda $x=f(y)$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

A=4 br² ve B=7 br² bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere, $\int_{-2}^{4} f(y)\,dy$ integralinin değeri kaçtır?

çözüm

A taralı bölgesi y ekseninin sol tarafında olduğundan,

$$A=-\int_{-2}^{0} f(y)\,dy=4 \quad \text{ve} \quad \int_{-2}^{0} f(y)\,dy=-4$$

B taralı bölgesi y ekseninin sağ tarafında olduğundan,

$$B=\int_{0}^{4} f(y)\,dy=7$$

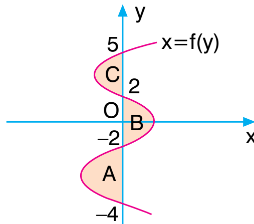
$$\int_{-2}^{4} f(y)\,dy=\underbrace{\int_{-2}^{0} f(y)\,dy}_{-4}+\underbrace{\int_{0}^{4} f(y)\,dy}_{7}$$

$=-4+7$

$=3$

Cevap: 3

kavrama sorusu



Yukarıda $x=f(y)$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

A=3 br², B=6 br² ve C=4 br² bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere, $\int_{-4}^{5} |f(y)|\,dy+\int_{-2}^{5} f(y)\,dy$ toplamı kaçtır?

çözüm

A ve C taralı bölgeleri y ekseninin sol tarafında olduğundan,

$$A=-\int_{-4}^{-2} f(y)\,dy=3 \quad \text{ve} \quad \int_{-4}^{-2} f(y)\,dy=-3$$

$$C=-\int_{2}^{5} f(y)\,dy=4 \quad \text{ve} \quad \int_{2}^{5} f(y)\,dy=-4$$

B taralı bölgesi y ekseninin sağ tarafında olduğundan,

$$B=\int_{-2}^{2} f(y)\,dy=6$$

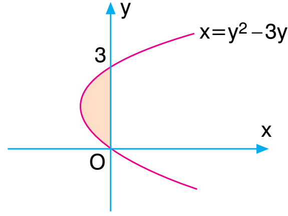
$$\int_{-4}^{5} |f(y)|\,dy=\underbrace{\int_{-4}^{-2} |f(y)|\,dy}_{|-3|=A}+\underbrace{\int_{-2}^{2} |f(y)|\,dy}_{|6|=B}+\underbrace{\int_{2}^{5} |f(y)|\,dy}_{|-4|=C}=A+B+C=3+6+4=13$$

$$\int_{-2}^{5} f(y)\,dy=\underbrace{\int_{-2}^{2} f(y)\,dy}_{6=B}+\underbrace{\int_{2}^{5} f(y)\,dy}_{-4=-C}=B-C=6-4=2$$

$$\int_{-4}^{5} |f(y)|\,dy+\int_{-2}^{5} f(y)\,dy=13+2=15$$

Cevap: 15

soru 1

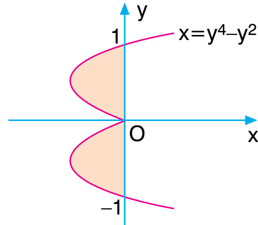


Yukarıda $x=y^2–3y$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 6 B) $\frac{9}{2}$ C) 3 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{9}{8}$

soru 2

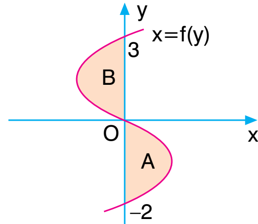


Yukarıda $x=y^4–y^2$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{8}{15}$

soru 3



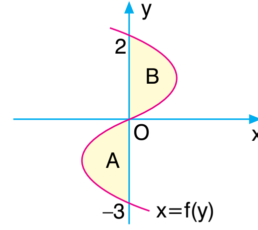
Yukarıda x=f(y) eğrisinin grafiği verilmiştir.

A ve B bulundukları bölgelerin alanları ve A=4 br² ve B=6 br² olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\int_{-2}^{0} f(y)\,dy = 4$ B) $\int_{0}^{3} f(y)\,dy = –6$ C) $\int_{-2}^{3} f(y)\,dy = –2$

D) $\int_{-2}^{3} |f(y)|\,dy = 10$ E) $\int_{-2}^{3} f(y)\,dy = 10$

soru 4



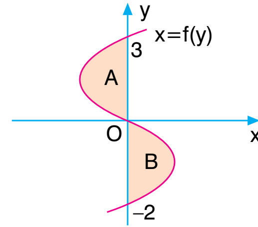
Yukarıda, x=f(y) eğrisinin grafiği verilmiştir.

A ve B bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere, A=6 br²

ve $\int f(x)\,dx = \ 2$ olduğuna göre B kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

soru 5

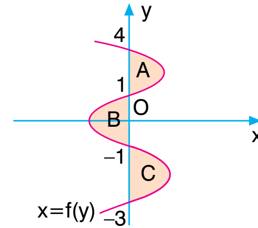


Yukarıda, x=f(y) eğrisinin grafiği verilmiştir.

A ve B bulundukları bölgelerin alanları ve A=5 br², B=3br² olduğuna göre $\int_{-2}^{3} f(y)\,dy$ integralinin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) –1 E) –2

soru 6



Yukarıda x=f(y) eğrisinin grafiği verilmiştir.

A, B ve C bulundukları bölgenin alanları ve A=3 br², B=4br² ve C=6 br² olduğuna göre, aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I) $\int_{-1}^{1} f(y)\,dy = –4$ II) $\int_{-3}^{1} f(y)\,dy = 2$

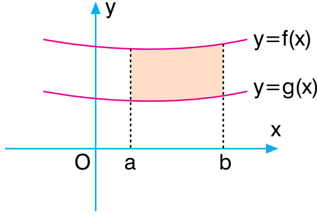
III) $\int_{-3}^{4} f(y)\,dy = 5$ IV) $\int_{-3}^{4} |f(y)|\,dy = 13$

A) I ve II B) II ve III C) I ve IV

D) I, II ve IV E) Hepsi

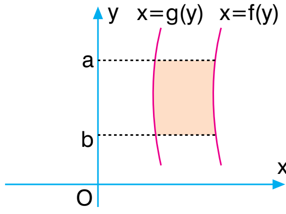
1 – B 2 – B 2 – D 3 – C 3 – E 4 – D 5 – A 4 – C 6 – B 5 – E 7 – C 8 – E 6 – D

İki Eğri Arasında Kalan Taralı Bölgelerin Alanları



Yandaki şekilde verilen taralı bölgenin alanını bulmak için, [a,b] aralığında daha büyük değerler olan y=f(x) in integralinden, y=g(x) in integrali çıkarılır.

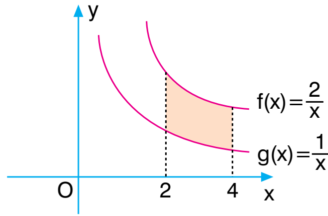
$$\text{Taralı Alan} = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$$



Yandaki şekilde verilen taralı bölgenin alanını bulmak için, [a,b] aralığında daha büyük değerler olan x=f(y) nin integralinden, x=g(y) nin integrali çıkarılır.

$$\text{Taralı Alan} = \int_a^b [f(y) - g(y)]dy$$

kavrama sorusu



Yukarıda $f(x) = \frac{2}{x}$ ve $g(x)\frac{1}{x}$ eğrileri x=2 ve x=4 doğruları arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

çözüm

[2,4] aralığında f(x) fonksiyonu g(x) fonksiyonundan daha büyük değerler aldığı için,

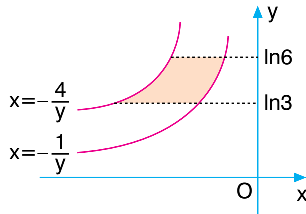
$$\text{Taralı Alan} = \int_2^4 [f(x) - g(x)]dx = \int_2^4 \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x}\right)dx$$

$$= \int_2^4 \frac{1}{x}dx = \ln x \Big|_2^4 = \ln 4 - \ln 2$$

$$= \ln\frac{4}{2} = \ln 2 \text{ br}^2$$

Cevap: ln2 br²

kavrama sorusu



Yukarıda $x = -\frac{4}{y}, x = -\frac{1}{y}$ eğrileri ve y=ln6, y=ln3 doğruları ile sınırlanan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

çözüm

[ln3,ln6] aralığında $x = -\frac{1}{y}$ ifadesi $x = -\frac{4}{y}$ ifadesinden daha büyük değerler aldığı için

$$\text{Taralı Alan} = \int_{\ln 3}^{\ln 6} \left[-\frac{1}{y} - \left(-\frac{4}{y}\right)\right]dy$$

$$= \int_{\ln 3}^{\ln 6} \left(-\frac{1}{y} + \frac{4}{y}\right)dy$$

$$= \int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{3}{y}dy = 3\ln|y|\Big|_3^6$$

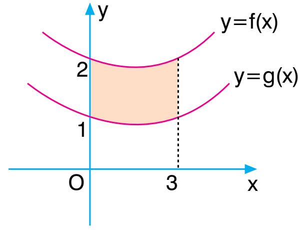
$$= 3(\ln 6 - \ln 3) = 3\ln\left(\frac{6}{3}\right)$$

$$= 3\ln 2 \text{ br}^2$$

Cevap: 3ln2 br²

soru 1

Yandaki y=f(x) ve y=g(x) eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_0^3 [f(y)-g(y)]\,dy$

B) $\int_0^3 [g(y)-f(y)]\,dy$

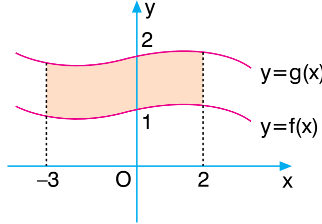
C) $\int_0^3 [f(x)-g(x)]\,dx$

D) $\int_0^3 [g(x)-f(x)]\,dx$

E) $\int_1^2 [f(x)-g(x)]\,dx$

soru 2

Yandaki y=f(x) ve y=g(x) eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_{-3}^2 [g(x)-f(x)]\,dx$

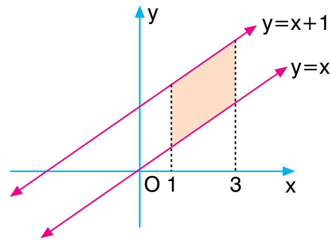
B) $\int_{-3}^2 [f(x)-g(x)]\,dx$

C) $\int_1^2 [g(x)-f(x)]\,dx$

D) $\int_1^2 [g(x)-f(x)]\,dx$

E) $\int_1^2 [f(y)-g(y)]\,dy$

soru 3

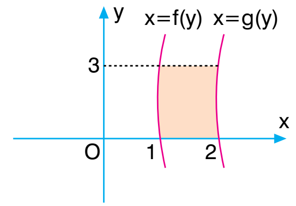


Yukarıda y=x+1 ve y=x doğruları arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 4

Yandaki x=f(y) ve x=g(y) eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_1^2 [g(x)-f(x)]\,dx$

B) $\int_1^2 [f(x)-g(x)]\,dx$

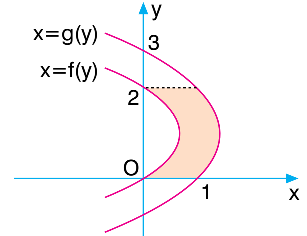
C) $\int_1^2 [f(y)-g(y)]\,dy$

D) $\int_0^3 [f(y)-g(y)]\,dy$

E) $\int_0^3 [g(y)-f(y)]\,dy$

soru 5

Yandaki y=g(y) ve y=f(y) eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_0^1 [g(y)-f(y)]\,dy$

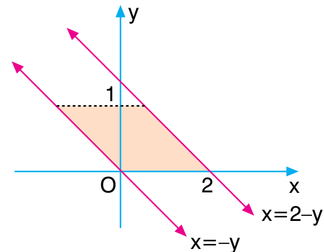
B) $\int_0^2 [g(y)-f(y)]\,dy$

C) $\int_0^2 [f(x)-g(x)]\,dx$

D) $\int_0^3 [g(y)-f(y)]\,dy$

E) $\int_0^3 [f(y)-g(y)]\,dy$

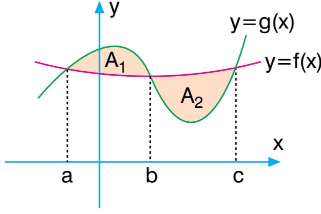
soru 6



Yukarıda x=2–y ve x=–y doğruları arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

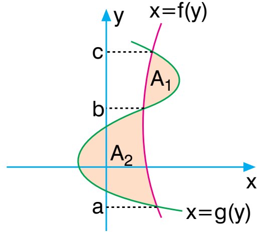
1 – C 2 – B 2 – A 3 – C 3 – A 4 – D 5 – A 4 – E 6 – B 5 – B 7 – C 8 – D 6 – E



Yandaki şekilde y=f(x) ve y=g(x) eğrileri arasında kalan A_1 ve A_2 taralı bölgelerinin alanları

- [a,b] aralığında y=g(x) üstte olduğundan, $A_1 = \int_a^b [g(x) - f(x)]dx$
- [b,c] aralığında y=f(x) üstte olduğundan, $A_2 = \int_b^c [f(x) - g(x)]dx$ integralleri ile bulunur.

f(x)=g(x) denkleminin kökleri integrallerin sınırları olan a, b ve c değerleridir.

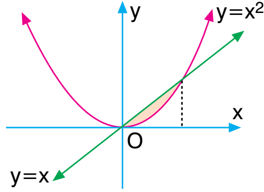


Yandaki şekilde x=f(y) ve x=g(y) eğrileri arasında kalan A_1 ve A_2 taralı bölgelerinin alanları

$A_1 = \int_b^c [g(y) - f(y)]dy$ ve $A_2 = \int_a^b [f(y) - g(y)]dy$ integralleri ile bulunur.

f(y)=g(y) denkleminin kökleri integrallerin sınırları olan a, b ve c değerleridir.

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x^2$ eğrisi ve y=x doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifadeyi bulunuz.

İntegralin sınırlarını yani eğrilerin kesiştikleri noktaları bulmak için her iki eğrinin bağıntıları eşitlenerek elde edilen denklemin kökleri bulunur.

çözüm

$y=x^2$ ve y=x bağıntılar birbirine eşitlendiğinde $x^2=x \Rightarrow x^2-x=0$

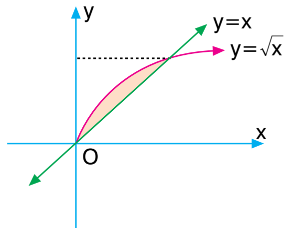
$x(x-1)=0 \quad x=0$ ve $x=1$

[0,1] aralığında y=x bağıntısı $y=x^2$ den daha büyük değerler aldığı için,

Taralı Alan $= \int_0^1 (x - x^2)dx$

Cevap: $\int_0^1 (x - x^2)dx$

kavrama sorusu



Yukarıda $y=\sqrt{x}$ eğrisi ve y=x doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifadeyi bulunuz.

çözüm

$\sqrt{x}=y \Rightarrow x=y^2$ ve x=y bağıntılar birbirine eşitlendiğinde

$y^2=y$ ve $y^2-y=0$

$y(y-1)=0 \quad y=0$ ve $y=1$

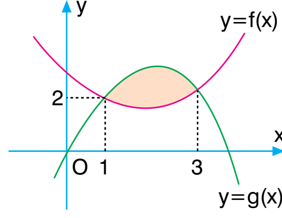
[0,1] aralığında x=y bağıntısı $x=y^2$ den daha büyük değerler aldığı için,

Taralı Alan $= \int_0^1 (y - y^2)dy$

Cevap: $\int_0^1 (y - y^2)dy$

soru 1

Yanda y=f(x) ve y=g(x) eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_{1}^{3}[f(x)-g(x)]\,dx$

B) $\int_{1}^{3}[g(x)-f(x)]\,dx$

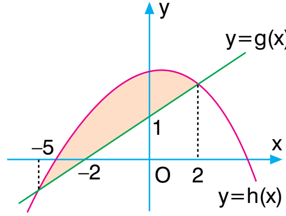
C) $\int_{1}^{3}[f(x)+g(x)]\,dx$

D) $\int_{1}^{2}[f(y)-g(y)]\,dy$

E) $\int_{1}^{3}[g(y)-f(y)]\,dy$

soru 2

Yanda y=g(x) ve y=h(x) eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_{-5}^{0}[h(x)-g(x)]\,dx$

B) $\int_{-2}^{2}[g(x)-h(x)]\,dx$

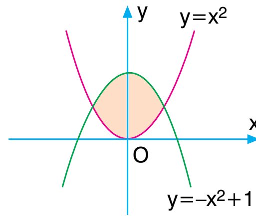
C) $\int_{0}^{1}[g(x)-h(x)]\,dx$

D) $\int_{-5}^{2}[h(x)-g(x)]\,dx$

E) $\int_{-1}^{2}[g(x)-h(x)]\,dx$

soru 3

Yanda $y=x^2$ ve $y=-x^2+1$ eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_{-1}^{1}\left[x^2-(-x^2+1)\right]dx$

B) $\int_{-1}^{\sqrt{2}}\left[-x^2+1-(x^2)\right]dx$

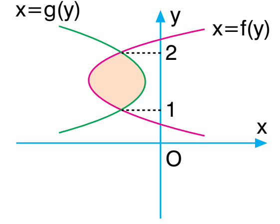
C) $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left[-x^2+1-(x^2)\right]dx$

D) $\int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left[x^2-(-x^2+1)\right]dx$

E) $\int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left[(-x^2+1)-x^2\right]dx$

soru 4

Yanda x=f(y) ve x=g(y) eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_{0}^{2}[f(y)-g(y)]\,dy$

B) $\int_{0}^{1}[g(y)-f(y)]\,dy$

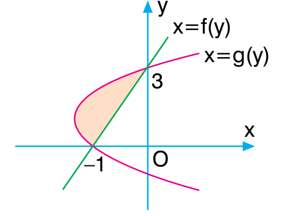
C) $\int_{1}^{2}[g(y)-f(y)]\,dy$

D) $\int_{1}^{2}[f(y)-g(y)]\,dy$

E) $\int_{1}^{2}[f(x)-g(x)]\,dx$

soru 5

Yanda y=f(y) ve y=g(y) eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_{0}^{3}[g(y)-f(y)]\,dy$

B) $\int_{0}^{3}[f(y)-g(y)]\,dy$

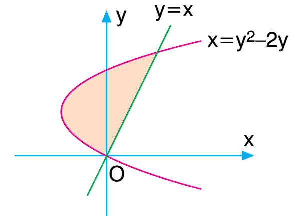
C) $\int_{-1}^{3}[f(y)-g(y)]\,dy$

D) $\int_{-1}^{3}[g(y)-f(y)]\,dy$

E) $\int_{-1}^{0}[f(y)-g(y)]\,dy$

soru 6

Yanda y=x doğrusu ve $x=y^2-2y$ eğrisi arasında kalan taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\int_{0}^{3}\left[y-(y^2-2y)\right]dy$

B) $\int_{0}^{3}\left[y^2-2y-y\right]dy$

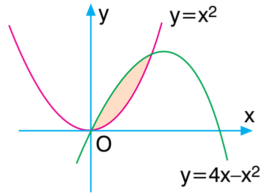
C) $\int_{0}^{4}\left[y-(y^2-2y)\right]dy$

D) $\int_{0}^{5}\left[y-(y^2-2y)\right]dy$

E) $\int_{0}^{6}\left[y^2-2y-y\right]dy$

1 – A 2 – B 2 – D 3 – C 3 – E 4 – D 5 – A 4 – C 6 – B 5 – B 7 – C 8 – D

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x^2$ ve $y=4x-x^2$ eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alan kaç br^2 dir?

çözüm

$y=x^2$ ve $y=4x-x^2$ olduğundan

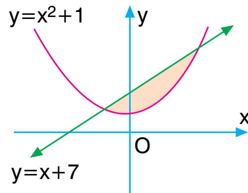
$x^2=4x-x^2 \Rightarrow 0=4x-2x^2 \Rightarrow 0=2x(2-x)$ $x=0$ ve $x=2$

$$\text{Taralı Alan}=\int_0^2 [4x-x^2-x^2]dx=\int_0^2 (4x-2x^2)dx$$

$$=\frac{4x^2}{2}-\frac{2x^3}{3}\Big|_0^2=8-\frac{16}{3}=\frac{8}{3}\ \text{br}^2$$

Cevap: $\frac{8}{3}$ ***br***^{2}

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x+7$ doğrusu ve $y=x^2+1$ eğrisi arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

çözüm

$y=x^2+1$ ve $y=x+7$ olduğundan

$x^2+1=x+7 \Rightarrow x^2-x-6=0$ $x=3$ ve $x=-2$

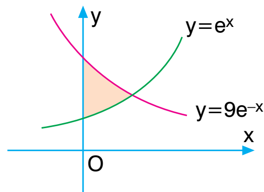
$$\text{Taralı Alan}=\int_{-2}^{3} [x+7-(x^2+1)]dx$$

$$=\int_{-2}^{3} [x+7-x^2-1]dx=\int_{-2}^{3} [x-x^2+6]dx$$

$$=\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}+6x\right)\Big|_{-2}^{3}=\frac{27}{2}+\frac{22}{3}=\frac{125}{6}\ \text{br}^2$$

Cevap: $\frac{125}{6}$ ***br***^{2}

kavrama sorusu

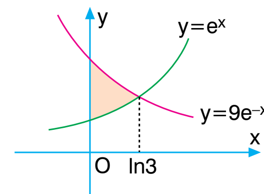


Yukarıda $y=x+7$ doğrusu ve $y=x^2+1$ eğrisi arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

çözüm

$y=e^x$ ve $y=9e^{-x}$ olduğundan $e^x=9e^{-x}$

$$e^x=\frac{9}{e^x} \Rightarrow e^{2x}=9 \Rightarrow e^x=3 \Rightarrow x=\ln 3$$



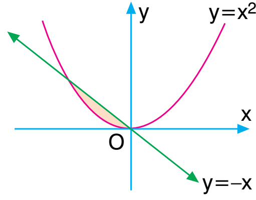
$$=\int_0^{\ln 3} (9e^{-x}-e^x)dx=(-9e^{-x}-e^x)\Big|_0^{\ln 3}$$

$$=\left(-\frac{9}{e^{\ln 3}}-e^{\ln 3}\right)-(-9e^0-e^0)$$

$$=(-3-3)-(-9-1)=-6+10=4\ \text{br}^2$$

Cevap: 4 br^2

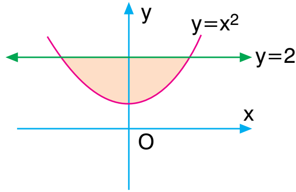
soru 1



Yukarıda $y=x^2$ eğrisi ve $y=-x$ doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

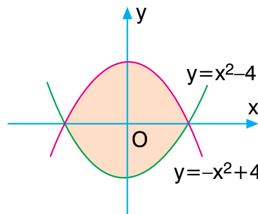
soru 2



Yukarıda $y=x^2$ eğrisi ve $y=2$ doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{11\sqrt{2}}{3}$

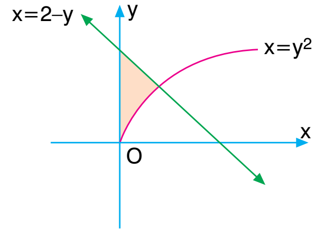
soru 3



Yukarıda $y=x^2-4$ ve $y=-x^2+4$ eğrileri arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{16}{3}$ D) $\frac{32}{3}$ E) $\frac{64}{3}$

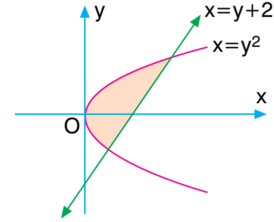
soru 4



Yukarıda $x=y^2$ eğrisi ve $x=2-y$ doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

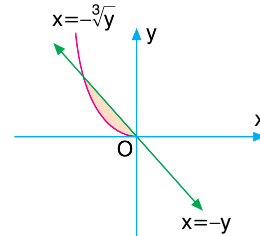
soru 5



Yukarıda $x=y^2$ eğrisi ve $x=y+2$ doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

soru 6

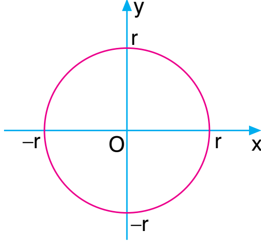


Yukarıda $x=-\sqrt[3]{y}$ eğrisi ve $x=-y$ doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

1 – B 2 – B 2 – C 3 – C 3 – E 4 – D 5 – A 4 – A 6 – B 5 – A 7 – C 8 – D

$\int_m^n \sqrt{a^2-x^2}\,dx$ integrali alan kavramı kullanılarak, kolay bir şekilde hesaplanabilir. Bunun için çember denklemi bilgilerini hatırlayalım.



$y=\sqrt{r^2-x^2}$

$y=-\sqrt{r^2-x^2}$

$x^2+y^2=r^2$

$y^2=r^2-x^2$ ve $y=\pm\sqrt{r^2-x^2}$

Yarım çember denklemi yazarken kareköklü ifadenin önündeki işarete dikkat edilmelidir.

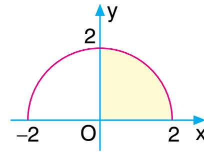
kavrama sorusu

$\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

(r yarıçaplı dairenin alanı πr^2 dir)

çözüm

$y=\sqrt{4-x^2}$ eğrisinin grafiği, yarım çemberdir.



$\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$ integralinin taralı bölgenin alanına karşılık geldiğine dikkat ediniz.

Çeyrek dairenin alanı$=\dfrac{\pi r^2}{4}$

$\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx=\dfrac{\pi.2^2}{4}=\pi$

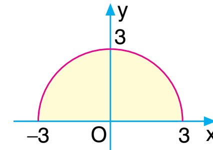
Cevap: π

kavrama sorusu

$\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

çözüm

$y=\sqrt{9-x^2}$ eğrisinin grafiği, yarım çemberdir.



$\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$ integralinin taralı bölgenin alanına karşılık geldiğine dikkat ediniz.

Yarım dairenin alanı$=\dfrac{\pi r^2}{2}$

$\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2}\,dx=\dfrac{\pi\,3^2}{2}=\dfrac{9\pi}{2}$

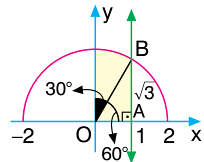
Cevap: $\dfrac{9\pi}{2}$

kavrama sorusu

$\int_0^1 \sqrt{4-x^2}\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

çözüm

$y=\sqrt{4-x^2}$ eğrisinin grafiği, yarım çemberdir.



$\int_0^1 \sqrt{4-x^2}\,dx$ integralinin karşılık geldiği bölgenin alanın 30° lik daire dilimi ile dik üçgen alanı olduğuna dikkat ediniz.

Daire diliminin alanı $=\pi r^2\dfrac{30°}{360°}=\pi 2^2\dfrac{1}{12}$

OAB üçgeninin alanı$=\dfrac{1.\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\int_0^1 \sqrt{4-x^2}\,dx=\dfrac{\pi 2^2}{12}+\dfrac{\sqrt{3}.1}{2}=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Cevap: $\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

soru 1

$$\int_{0}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{16}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

soru 2

$$\int_{-2}^{2} \sqrt{4-x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) 4π

soru 3

$$\int_{0}^{3} \sqrt{9-x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{9\pi}{4}$ B) 3π C) $\frac{7\pi}{2}$ D) 4π E) $\frac{9\pi}{2}$

soru 4

$$\int_{-4}^{0} \sqrt{16-x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2π B) 3π C) 4π D) 6π E) 8π

soru 5

$$\int_{-8}^{0} \sqrt{64-x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 16π B) 12π C) 8π D) 6π E) 4π

soru 6

$$\int_{-5}^{5} \sqrt{25-x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{27\pi}{2}$ B) $\frac{27\pi}{4}$ C) 29π D) $\frac{25\pi}{2}$ E) $\frac{25\pi}{4}$

soru 7

$$\int_{0}^{2} \sqrt{16-x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{4\pi}{3}$ B) $\frac{4\pi}{3}+2$ C) $\frac{4\pi}{3}+2\sqrt{3}$

D) $\frac{4\pi}{9}+2$ E) $\frac{4\pi}{9}+2\sqrt{3}$

soru 8

$$\int_{0}^{\sqrt{3}} \sqrt{4-x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $2\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{2\pi}{3}+\sqrt{3}$ E) $\pi+\sqrt{3}$

1 – C 2 – D 3 – A 4 – C 5 – A 6 – D 7 – C 8 – B

kavrama sorusu

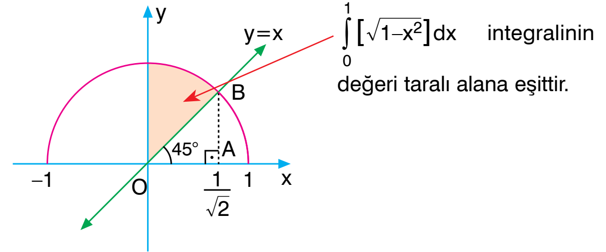
$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left[\sqrt{1-x^2} - x\right]dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

çözüm

$y=\sqrt{1-x^2} \Rightarrow y^2=1-x^2 \Rightarrow x^2+y^2=1$

M(0,0) ve r=1 yarıçaplı çember ve y=x doğrusu

$x=\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x^2=1-x^2 \Rightarrow 2x^2=1 \Rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{2}}$



$\int_0^1 [\sqrt{1-x^2}]dx$ integralinin değeri taralı alana eşittir.

Taralı alan 45° lik daire diliminin alanıdır.

Taralı Alan= $\pi \cdot 1^2 \cdot \frac{45°}{360°} = \frac{\pi}{8}$ br^2

Cevap: $\frac{\pi}{8}$

kavrama sorusu

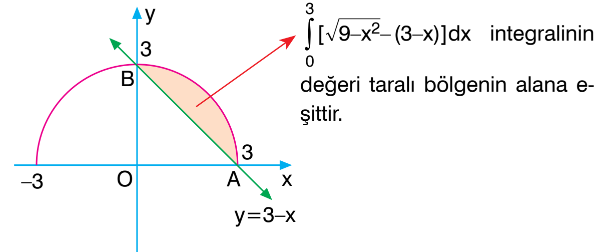
$\int_0^3 \left[\sqrt{9-x^2} - (3-x)\right]dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

çözüm

$y=\sqrt{9-x^2} \Rightarrow y^2=9-x^2 \Rightarrow x^2+y^2=9$

M(0,0) ve r=3 yarıçaplı çember ve y=3–x doğrusu

$3-x=\sqrt{9-x^2} \Rightarrow 9-6x+x^2=9-x^2 \Rightarrow 2x^2-6x=0 \Rightarrow x=0$ ve $x=3$



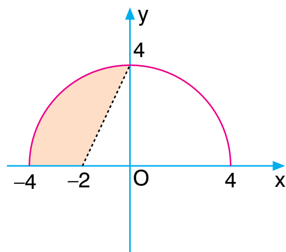
$\int_0^3 [\sqrt{9-x^2}-(3-x)]dx$ integralinin değeri taralı bölgenin alana eşittir.

Taralı Alan=Çeyrek dairenin alanı–Alan(OAB)

$= \frac{\pi.3^2}{4} - \frac{3.3}{2} = \frac{9\pi-18}{4}$ br^2

Cevap: $\frac{9\pi-18}{4}$

kavrama sorusu



Yukarıda r=4 yarıçaplı çemberin içindeki taralı bölgenin alanını veren integral ifadesini bulunuz.

çözüm

Çemberin denklemi, $x^2+y^2=16 \Rightarrow x=\sqrt{16-y^2}$

(–2,0) ve (0,4) noktalarından geçen doğru denklemi

$-\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1 \Rightarrow x=\frac{y-4}{2}$

Taralı Alan= $\int_0^4 \left[\frac{y-4}{2} - \sqrt{16-y^2}\right]dy$

Cevap: $\int_0^4 \left[\frac{y-4}{2} - \sqrt{16-y^2}\right]dy$

soru 1

$$\int_0^{\sqrt{2}} \left[\sqrt{4-x^2}-x\right]dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{8}$

soru 2

$$\int_0^{\frac{3\sqrt{2}}{2}} \left[\sqrt{9-x^2}-x\right]dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 18π B) 9π C) $\frac{9\pi}{2}$ D) $\frac{9\pi}{4}$ E) $\frac{9\pi}{8}$

soru 3

$$\int_0^{1} \left[\sqrt{1-x^2}-(1-x)\right]dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi-1}{4}$ B) $\frac{\pi-2}{4}$ C) $\frac{\pi-4}{4}$ D) $\frac{\pi-8}{4}$ E) $\frac{\pi-16}{4}$

soru 4

$$\int_{-2}^{0} \left[\sqrt{4-x^2}-(x+2)\right]dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\pi-6$ B) $\pi-4$ C) $\pi-3$ D) $\pi-2$ E) $\pi-1$

soru 5

$$\int_{-3}^{0} \left[\sqrt{9-x^2}-(x+3)\right]dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{9\pi}{2}$ B) $\frac{9\pi-3}{2}$ C) $\frac{9\pi-6}{2}$ D) $\frac{9\pi-9}{4}$ E) $\frac{9\pi-18}{4}$

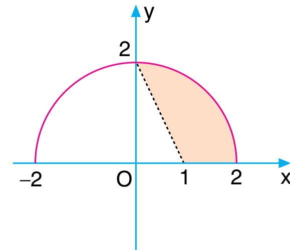
soru 6

$$\int_0^{4} \left[\sqrt{16-x^2}-(4-x)\right]dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $4\pi-8$ B) $4\pi-6$ C) $4\pi-4$ D) $4\pi-2$ E) $4\pi-1$

soru 7



Yukarıda r=2 yarıçaplı çemberin içindeki taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

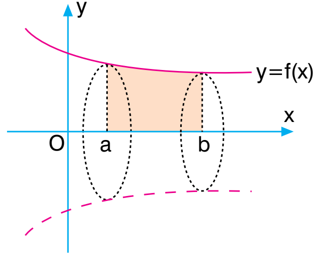
A) $\int_0^2 \left[\sqrt{4-y^2}-\left(\frac{1-y}{2}\right)\right]dy$ B) $\int_0^2 \left[\sqrt{4-y^2}-\left(\frac{2-y}{2}\right)\right]dy$

C) $\int_0^2 \left[\frac{2-y}{2}-\sqrt{4-y^2}\right]dy$ D) $\int_0^2 \left[\frac{1-y}{2}-\sqrt{4-y^2}\right]dy$

E) $\int_0^2 \left[\frac{1-y}{4}+\sqrt{4-y^2}\right]dy$

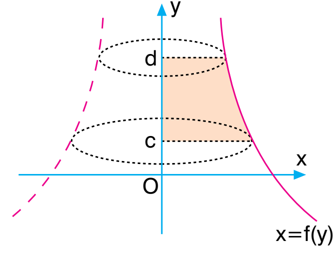
1 – A 2 – B – E 3 – C 3 – B 4 – D 4 – D 5 – A 5 – E 6 – B 6 – A – C 8 – D

Hacim Hesaplamaları



$y=f(x)$ eğrisi $x=a$, $x=b$ doğruları ve x ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi:

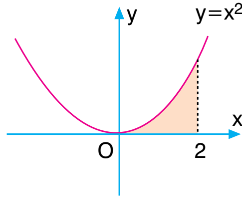
$V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$ integrali ile hesaplanır.



$x=f(y)$ eğrisi $y=c$, $y=d$ doğruları ve y ekseni ile sınırlanan taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi:

$V=\pi\int_c^d f^2(y)dy$ integrali ile hesaplanır.

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x^2$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?

çözüm

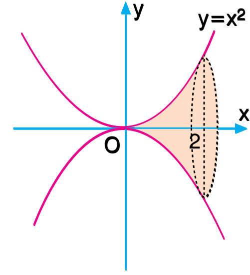
$V=\pi\int_0^2 f^2(x)dx$ bağıntısından,

$V=\pi\int_0^2 (x^2)^2dx$

$=\pi\int_0^2 x^4dx$

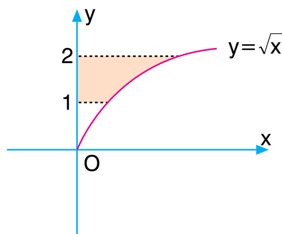
$=\pi\cdot\frac{x^5}{5}\Big|_0^2=\pi\cdot\left(\frac{2^5}{5}-\frac{0^5}{5}\right)$

$=\frac{32}{5}\pi\ br^3$



Cevap: $\frac{32\pi}{5}$ ***br³***

kavrama sorusu



Yukarıda $y=\sqrt{x}$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?

çözüm

$V=\pi\int_c^d f^2(y)dy$ bağıntısından,

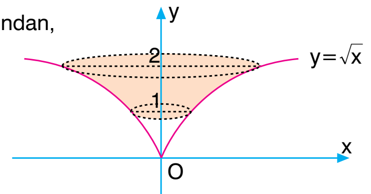
$y=\sqrt{x}$ ise $x=y^2$

$V=\pi\int_1^2 (y^2)^2dy$

$=\pi\int_1^2 y^4dy$

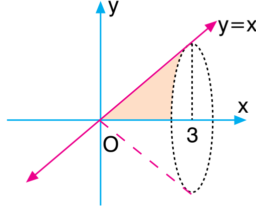
$=\pi\cdot\frac{y^5}{5}\Big|_1^2=\pi\cdot\left(\frac{2^5}{5}-\frac{1^5}{5}\right)$

$=\frac{31\pi}{5}\ br^3$



Cevap: $\frac{31\pi}{5}$ ***br³***

soru 1

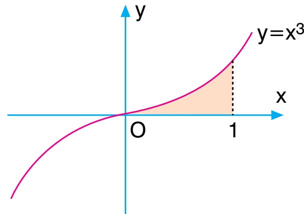


Yukarıda y=x doğrusunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 2π B) 3π C) 6π D) 9π E) 16π

soru 2

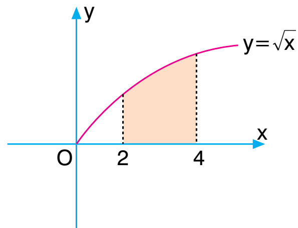


Yukarıda $y=x^3$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{7}$ E) $\frac{\pi}{8}$

soru 3

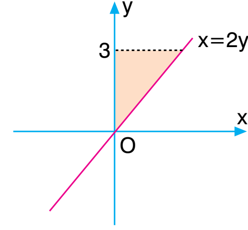


Yukarıda $y=\sqrt{x}$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br^3 tür?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

soru 4

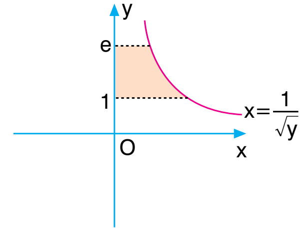


Yukarıda x=2y doğrusunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 9π B) 18π C) 27π D) 36π E) 45π

soru 5

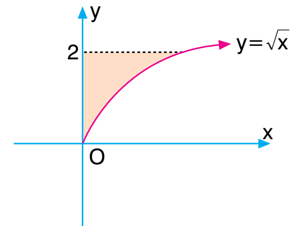


Yukarıda $x=\frac{1}{\sqrt{y}}$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br^3 tür?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 6

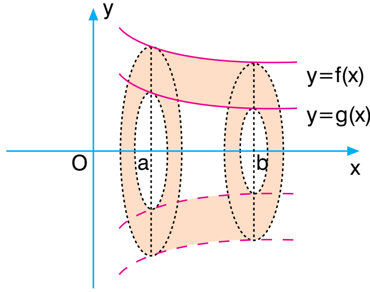


Yukarıda $y=\sqrt{x}$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br^3 tür?

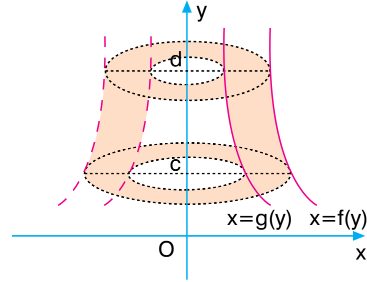
A) 4 B) $\frac{21}{5}$ C) 5 D) $\frac{27}{5}$ E) $\frac{32}{5}$

1 – D 2 – B 2 – D 3 – C 3 – B 4 – D 5 – A 4 – D 6 – B 5 – A 7 – C 8 – B



y=f(x), y=g(x) eğrileri ve x=a, x=b doğruları arasında kalan taralı bölgenin, x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi; [a,b] aralığında f(x) fonksiyonu g(x) fonksiyonundan daha büyük değerler aldığı için,

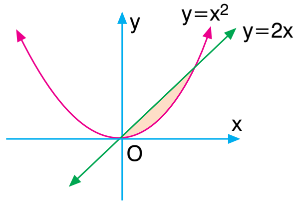
$V=\pi\int_a^b [f^2(x)-g^2(x)]dx$ ile hesaplanır.



y=f(y), y=g(y) eğrileri ve y=d, y=c doğruları arasında kalan taralı bölgenin, y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi; [c,d] aralığında f(y) fonksiyonu g(y) fonksiyonundan daha büyük değerler aldığı için,

$V=\pi\int_c^d (f^2(y)-g^2(y))dy$ ile hesaplanır.

kavrama sorusu



Yukarıda $y=x^2$ eğrisi ve $y=2x$ doğrusunun grafikleri verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin,

a) x ekseni etrafında

b) y ekseni etrafında

360° döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmi kaç br³ tür?

çözüm

a) $x^2=2x$ ise $x=0$ veya $x=2$

$$V=\pi\int_0^2 [(2x)^2-(x^2)^2]dx$$

$$=\pi\int_0^2 (4x^2-x^4)dx$$

$$=\pi\cdot\left(\frac{4x^3}{3}-\frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^2$$

$$=\pi\cdot\left(\frac{32}{3}-\frac{32}{5}\right)$$

$$=\frac{64}{15}\pi\ br^3$$

Cevap: $\frac{64\pi}{15}$ ***br³***

b) $y=x^2$ ise $x=\sqrt{y}$ ve $x=0$ ise $y=0$

$y=2x$ ise $x=\frac{y}{2}$ ve $x=2$ ise $y=4$

$$V=\pi\int_0^4 \left[\left(\sqrt{y}\right)^2-\left(\frac{y}{2}\right)^2\right]dy$$

$$=\pi\int_0^4 \left(y-\frac{y^2}{4}\right)dy$$

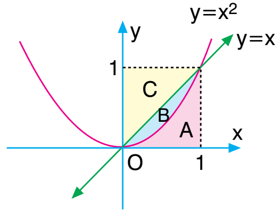
$$=\pi\cdot\left(\frac{y^2}{2}-\frac{y^3}{12}\right)\Bigg|_0^4$$

$$=\pi\cdot\left(8-\frac{64}{12}\right)-0$$

$$=\frac{8\pi}{3}br^3$$

Cevap: $\frac{8\pi}{3}$ ***br³***

soru 1



Yukarıda $y=x^2$ eğrisi ve $y=x$ doğrusunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

I. $\int_0^1 x^2dx=A$

II. $\int_0^1 xdx=A+B$

III. $\int_0^1 (\sqrt{y}-y)dy=B$

IV. $\pi\int_0^1 (x^2)^2dx$ integrali A bölgesinin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.

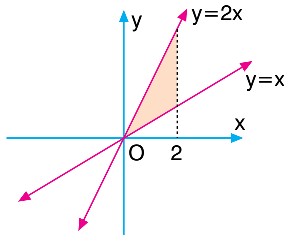
V. $\pi\int_0^1 (x^2-x^4)dx$ integrali B bölgesinin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.

VI. $\pi\int_0^1 y^2dx$ integrali C bölgesinin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.

VII. $\pi\int_0^1 (y-y^2)dy$ integrali B bölgesinin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

soru 2

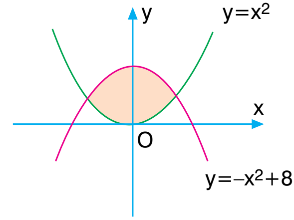


Yukarıda $y=x$ ve $y=2x$ doğrularının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?

A) 16π B) 12π C) 8π D) 4π E) 2π

soru 3



Yukarıda $y=x^2$ ve $y=-x^2+8$ eğrilerinin grafikleri verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi aşağıdakilerden hangisi ile hesaplanabilir?

A) $\pi\int_{-2}^{2}[x^2-(-x^2+8)]dx$

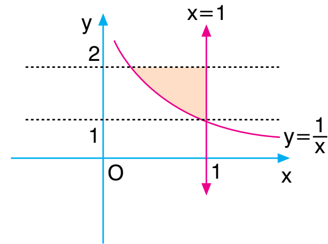
B) $\pi\int_{-2}^{2}[(x^2)^2-(-x^2+8)]dx$

C) $\pi\int_{-2}^{2}[(-x^2+8)^2+x^4]dx$

D) $\pi\int_{-2}^{2}[(-x^2+8)^2-x^4]dx$

E) $\pi\int_{-2}^{2}[x^2-(-x^2+8)]dx$

soru 4



Yukarıda $y=\frac{1}{x}$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) 2π D) $\frac{7\pi}{2}$ E) $\frac{9\pi}{2}$

1 – A 2 – B 3 – C 2 – C 4 – D 5 – A 3 – D 6 – B 7 – C 8 – D